

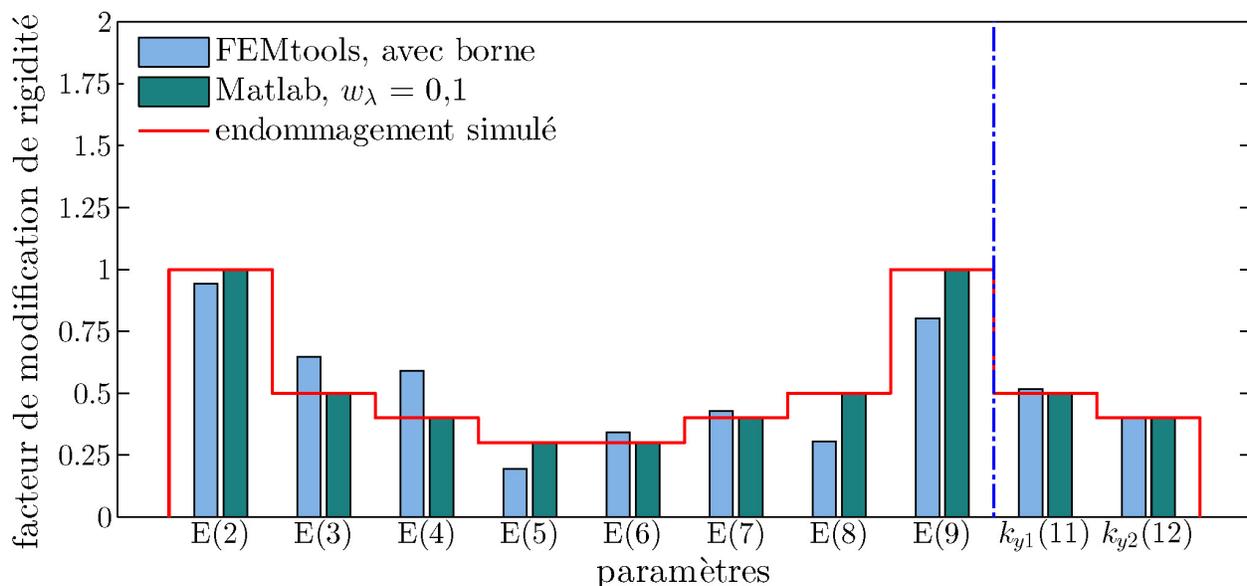
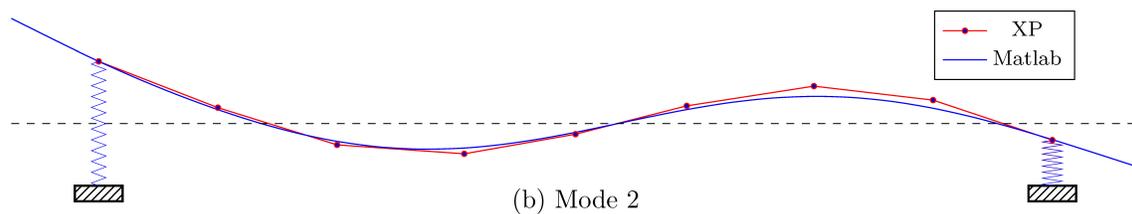
## RAPPORT DE RECHERCHE

Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures

# QUANTIFICATION DE L'ENDOMMAGEMENT MINIMAL DÉTECTABLE PAR DES MESURES DE VIBRATIONS DANS UN PONT ROUTIER EN SERVICE

Détection et localisation d'endommagement dans des poutres de pont en béton armé par recalage de modèles d'éléments finis

S. Ambroise, O. Gauron, M. Saidou, C. Chambreuil, H. Mezghanni et P. Paultre





Rapport de projet de recherche exécuté par l'Université de Sherbrooke pour le Ministère des Transports du Québec :

*Quantification de l'endommagement minimal  
détectable par des mesures de vibrations  
dans un pont routier en service*

**Détection et localisation d'endommagement dans des  
poutres de pont en béton armé par recalage de  
modèles d'éléments finis**

Numéro de référence : MTQ-R732.1

Numéro de rapport : CRGP-2018/02

Steeve AMBROISE  
Olivier GAURON  
Mamar SAIDOU SANDA  
Clotilde CHAMBREUIL  
Hassan MEZGHANNI  
Patrick PAULTRE

**Université de Sherbrooke**  
Département de génie civil  
2500 Boulevard Université  
J1K 2R1 Sherbrooke (Qc)  
Canada

31 janvier 2018





---

# Résumé

Le présent rapport constitue le rapport final de l'objectif 2 du contrat de recherche R732.1 entre l'Université de Sherbrooke (UdeS) et le Ministère des Transports du Québec (MTQ), qui porte sur l'endommagement minimum détectable dans des poutres de pont en béton armé simple ou en béton précontraint testées en laboratoire par la méthode de recalage de modèles numériques. Ce document conclut la série de rapports remis précédemment au Ministère, soit les rapports CRGP-2015/03 (comparaison de l'algorithme de détection Matlab de l'UdeS et du logiciel FEMtools), CRGP-2015/04 (essais d'endommagement de poutres en béton armé) et CRGP-2017/01 (essais d'endommagement d'une poutre en béton précontraint).

L'objectif de l'étude présentée est de détecter et localiser les dommages des poutres testées au laboratoire par l'application d'une méthodologie rigoureuse des méthode de recalage de modèles par éléments finis. Pour cela, les deux outils, Matlab et FEMtools ont été utilisés et comparés. L'étude de détection a porté sur des dommages en flexion essentiellement (poutres PBA2 et PBA1-1), mais aussi sur des dommages aux appuis (poutre PBA1-2). La méthodologie appliquée a été la suivante : développement d'un modèle en deux dimensions et recalage du modèle ; détection d'endommagements fictifs simulés numériquement ; détection des endommagements expérimentaux subis par les poutres au laboratoire.

Pour les deux poutres PBA2 et PBA1-1, les résultats de détection de dommages simulés ont prouvé l'efficacité de la méthode et des deux outils en l'absence d'incertitudes expérimentales. Sans pouvoir valider la véracité des résultats des analyses à partir des données expérimentales, il semble que des résultats crédibles ont aussi été obtenus dans ce cas. La difficulté importante à définir les paramètres de calcul adéquats vient néanmoins nuancer les résultats obtenus. L'étude d'un modèle en trois dimensions pour la poutre PBA2 a montré l'impossibilité de procéder en raison d'un trop grand nombre de paramètres et de solutions possibles. La poutre PBA1-2, dont la rigidification des appuis a été étudiée, n'a pas pu fournir de résultats convaincants à l'étonnement des chercheurs. Autant la simulation de dommages numériques que la détection d'endommagement réels n'ont permis de conclure avec aucun des deux outils.

Au regard des nombreuses analyses présentées dans ce rapport, il apparaît qu'un cas relativement anodin d'une poutre d'une seule portée sur appuis simple qui tend à s'endommager de façon diffuse et graduelle n'est pas si trivial qu'il n'y paraît en comparaison de l'étude d'un pont complet, comme celle des rapports CRGP-2015/05 et CRGP-2016/01 délivré dans le cadre du même projet R732.1. Les études proposées dans l'ensemble des rapports du projet R732.1 ont permis de quantifier les niveaux d'endommagements nécessaires à la détection par la méthode de recalage de modèle numérique, et les auteurs recommandent la poursuite des activités de recherche sur le sujet, notamment en s'attaquant au manque de robustesse des calculs face aux erreurs expérimentales.



---

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>iv</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Mise en contexte . . . . .	1
1.2 Détection de l'endommagement par mise à jour d'un modèle numérique . . . . .	1
1.3 Projets précédents et problématique du présent projet . . . . .	2
1.4 Méthodologie et objectifs . . . . .	4
1.5 Plan du rapport . . . . .	5
<b>2 Méthodologie</b>	<b>7</b>
2.1 Outils . . . . .	7
2.2 Approche . . . . .	8
<b>3 Détection d'endommagement dans la poutre PBA2</b>	<b>20</b>
3.1 Recalage . . . . .	20
3.2 Détection d'endommagement . . . . .	38
3.3 Détection d'endommagements simulés . . . . .	38
3.4 Détection d'endommagements réels . . . . .	45
<b>4 Implémentation 3D de la poutre PBA2</b>	<b>66</b>
4.1 Modélisation sous ABAQUS . . . . .	66
4.2 Modélisation sous FEMtools . . . . .	69
<b>5 Détection d'endommagement dans la poutre PBA1-1</b>	<b>75</b>
5.1 Recalage . . . . .	75
5.2 Détection d'endommagements réels . . . . .	87
<b>6 Détection d'endommagement dans la poutre PBA1-2 avec FEMtools</b>	<b>107</b>
6.1 Recalage . . . . .	107
6.2 Détection d'endommagements simulés . . . . .	114
6.3 Détection d'endommagements réels . . . . .	116

<b>7 Conclusion</b>	<b>122</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>126</b>



---

# Liste des tableaux

3.1	Comparaison des fréquences mesurées et obtenues avec le modèle à partir des valeurs initiales des paramètres . . . . .	22
3.2	MAC entre les déformées modales obtenues des essais (3) et du modèle numérique (10) à partir des valeurs initiales des paramètres . . . . .	22
3.3	Réponses obtenues après le premier recalage . . . . .	24
3.4	Évolution des paramètres après le premier recalage . . . . .	25
3.5	Évolution des paramètres après le premier recalage à partir de valeurs initiales rationnelles	26
3.6	Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut .	29
3.7	Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut . . . . .	29
3.8	Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les dispersions imposées . . . . .	31
3.9	Nouvelles valeurs des paramètres après le deuxième recalage. Elles correspondent au modèle PBA2 recalé . . . . .	31
3.10	Évolution des paramètres après le premier recalage avec l'outil Matlab . . . . .	33
3.11	Réponses obtenues après le premier recalage avec l'outil Matlab . . . . .	33
3.12	Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut .	35
3.13	Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut . . . . .	37
3.14	Réponses obtenues après le deuxième recalage avec des restrictions sur les $E$ . . . . .	37
3.15	Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec des restrictions sur les $E$ . . .	37
3.16	Réponses pour l'état 1 avant mise à jour du modèle . . . . .	50
3.17	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 1. . . . .	50
3.18	Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 1 . . . . .	51
3.19	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 2 . . . . .	52
3.20	Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 2 . . . . .	52
3.21	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 3 . . . . .	53
3.22	Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 3 . . . . .	54
3.23	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 4 . . . . .	55
3.24	Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 4 . . . . .	56
3.25	Réponses obtenues après détection de l'état 1 . . . . .	58
3.26	Évolution des paramètres après détection de l'état 1 . . . . .	58
3.27	Réponses obtenues après détection de l'état 2 . . . . .	59
3.28	Évolution des paramètres après détection de l'état 2 . . . . .	60

3.29	Réponses obtenues après détection de l'état 3 . . . . .	61
3.30	Évolution des paramètres après détection de l'état 3 . . . . .	61
3.31	Réponses obtenues après détection de l'état 4 . . . . .	62
3.32	Évolution des paramètres après détection de l'état 4 . . . . .	63
4.1	Valeurs des paramètres du béton . . . . .	68
4.2	Valeurs des rigidités déterminées par une analyse d'appariement des modes . . . . .	70
4.3	Fréquences des modes propres de la poutre PBA2 expérimentale . . . . .	70
4.4	Appariement des modes expérimentaux et numériques . . . . .	71
4.5	Définition des paramètres utilisés dans l'analyse de sensibilité préliminaire . . . . .	71
4.6	Valeurs des rigidités des ressorts aux appuis déterminées par le recalage préliminaire . . . . .	73
4.7	Corrélation entre les modes expérimentaux et numériques à la fin du recalage préliminaire . . . . .	73
5.1	Comparaison des fréquences mesurées et obtenues avec le modèle à partir des valeurs initiales des paramètres . . . . .	75
5.2	Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage préliminaire . . . . .	77
5.3	Évolution des paramètres après le premier recalage . . . . .	78
5.4	Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut . . . . .	79
5.5	Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut . . . . .	79
5.6	Réponses après le deuxième recalage avec les dispersions imposées . . . . .	81
5.7	Valeurs des paramètres pour le modèle de la poutre PBA1-1 recalé . . . . .	81
5.8	Évolution des paramètres après le premier recalage avec l'outil Matlab . . . . .	82
5.9	Réponses obtenues après le premier recalage avec l'outil Matlab . . . . .	82
5.10	Réponses obtenues après le deuxième recalage avec l'outil Matlab . . . . .	84
5.11	Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec l'outil Matlab . . . . .	84
5.12	Réponses obtenues après le premier recalage avec des restrictions sur les $E$ . . . . .	86
5.13	Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec des restrictions sur les $E$ . . . . .	86
5.14	Réponses pour l'état 1 avant mise à jour du modèle. . . . .	90
5.15	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 1. . . . .	90
5.16	Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 1 . . . . .	92
5.17	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 2. . . . .	92
5.18	Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 2 . . . . .	94
5.19	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 3. . . . .	94
5.20	Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 3 . . . . .	96
5.21	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 4. . . . .	96
5.22	Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 4 . . . . .	97
5.23	Réponses obtenues après détection de l'état 1 . . . . .	99
5.24	Évolution des paramètres après détection de l'état 1 . . . . .	100
5.25	Réponses obtenues après détection de l'état 2 . . . . .	100
5.26	Évolution des paramètres après détection de l'état 2 . . . . .	102
5.27	Réponses obtenues après détection de l'état 3 . . . . .	102
5.28	Évolution des paramètres après détection de l'état 3 . . . . .	103
5.29	Réponses obtenues après détection de l'état 4 . . . . .	104
5.30	Évolution des paramètres après détection de l'état 4 . . . . .	105

6.1	Comparaison des fréquences mesurées et obtenues avec le modèle à partir des valeurs initiales des paramètres . . . . .	107
6.2	Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 après un recalage préliminaire . . . . .	109
6.3	Évolution des paramètres après le premier recalage . . . . .	110
6.4	Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut . . . . .	111
6.5	Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut . . . . .	111
6.6	Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance choisis . . . . .	112
6.7	Valeurs des paramètres pour le modèle de la poutre PBA1-2 recalé . . . . .	113
6.8	Valeurs des paramètres pour un modèle alternatif de la poutre PBA1-2 . . . . .	113
6.9	Réponses pour l'état 1 avant mise à jour du modèle. . . . .	118
6.10	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 1. . . . .	118
6.11	Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 2. . . . .	120

---

# Introduction

## 1.1 MISE EN CONTEXTE

Le présent rapport constitue le rapport final de l'objectif 2 du contrat de recherche R732.1 entre l'Université de Sherbrooke (UdeS) pour le ministère des Transports du Québec (MTQ) portant sur la quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations ambiantes mesurées sur un pont routier en service. La finalité de ce projet de recherche est la détection fine (localisation et quantification) de l'endommagement dans les structures de ponts par une méthode innovante jumelant des mesures expérimentales in situ et un modèle numérique des structures par éléments finis.

Les dégradations que subissent les structures par le simple effet du temps ou à la suite des conditions auxquelles elles sont soumises constituent un problème qui affecte tous les types d'ouvrages de génie civil, particulièrement les ponts. L'entretien des structures de génie civil est essentiel pour assurer l'intégrité structurale et la sécurité. Le ministère des Transports du Québec investit annuellement de façon considérable pour assurer l'entretien de son réseau de ponts qui est actuellement vieillissant et qui a fait l'objet de nombreuses réfections ces dernières années. La mise en œuvre d'une gestion durable des infrastructures se base sur la connaissance précise de leur état. Dans ce contexte, l'utilisation d'une technique expérimentale in situ innovante permettant d'augmenter le niveau de précision obtenu des inspections visuelles ou des instruments de mesure locaux devient un outil pertinent pour assurer une meilleure gestion du parc des ouvrages d'art. Une série d'accéléromètres ou de capteurs de vitesse adéquatement disposés sur l'ensemble de l'ouvrage permet de faire un suivi global de la structure en déterminant ses propriétés dynamiques. Les variations soudaines ou progressives des fréquences naturelles et des modes de vibration sur une période donnée peuvent être indicateurs de changements dans les propriétés structurales d'un pont par rapport à son état initial, et donc d'endommagement. Pour cette raison, la grande majorité des méthodes existantes de détection globale de l'endommagement font la comparaison des propriétés dynamiques obtenues lors d'une nouvelle analyse et lors de la précédente. C'est sur ce principe que se base la méthode de détection de l'endommagement qui est testée dans le cadre du projet de recherche global dans lequel s'inscrit l'étude présentée dans ce rapport.

## 1.2 DÉTECTION DE L'ENDOMMAGEMENT PAR MISE À JOUR D'UN MODÈLE NUMÉRIQUE

Les méthodes de détection d'endommagement classiques (inspections visuelles, mesures acoustiques ou magnétiques, etc.) sont limitées, car elles ne permettent d'obtenir que des informations

locales, et ne permettent pas d'inspection des zones inaccessibles de la structure. Dans les deux dernières décennies, des méthodes de détection globales ont été développées pouvant être appliquées sur des structures complexes. Ces techniques utilisent généralement l'évolution des propriétés dynamiques de la structure entre deux périodes, où des essais in situ d'analyse vibratoire sont effectués.

L'idée de base des techniques de détection d'endommagement par essais vibratoires réside dans le fait que les réponses modales mesurées (fréquences propres, déformées propres, coefficients d'amortissement) sont fonction des propriétés physiques de la structure (rigidité, masse, amortissement)[11]. Ainsi, un endommagement dans la structure se manifeste généralement par des changements dans ses propriétés physiques (souvent une diminution de la rigidité structurale), et par conséquent par une modification des fréquences naturelles. De ce fait, pour être détectables, les modifications pouvant intervenir sur les propriétés physiques ou mécaniques de la structure à la suite d'un endommagement doivent avoir un effet sur les paramètres modaux. Plusieurs revues de littérature recensant les différentes méthodes de détection de l'endommagement basées sur les propriétés modales ont été publiées dans les années 90 et 2000 [4].

Le projet de recherche global mené par l'Université de Sherbrooke pour le MTQ, dont fait partie l'étude présentée dans ce rapport, se concentre sur la méthode de détection d'endommagement basée sur le recalage de modèles numériques à partir de résultats d'analyses modales expérimentales. La méthode consiste à adapter les propriétés méconnues d'un modèle d'éléments finis de manière à minimiser les écarts entre les données modales expérimentales et les prédictions du modèle d'éléments finis. La méthode utilisée est itérative et ajuste des paramètres physiques locaux qui actualisent par conséquent certaines matrices de rigidité élémentaires du modèle dans lesquelles ces paramètres figurent. L'actualisation des matrices élémentaires permet ensuite d'actualiser les matrices globales du système. Les méthodes itératives sont en majeure partie basées sur la sensibilité, qui correspond à la variation d'une réponse modale en fonction de la variation unitaire d'un paramètre de recalage.

Un diagramme général de l'algorithme des méthodes itératives de recalage de modèles par éléments finis est présenté à la figure 1.1. Dans le cadre du projet de recherche avec le MTQ, deux outils sont utilisés pour l'application de ces méthodes : un algorithme Matlab développé par l'UdeS [18, 19, 21, 22] et le logiciel commercial FEMtools [5]. Ces deux outils, ainsi que les principes algorithmiques sur lesquels ils reposent, ont été décrits en détail dans le rapport d'étape CRGP-2015/03 [2]. De plus amples détails sur les méthodes de détection d'endommagement par mise à jour d'un modèle numérique basée sur la sensibilité peuvent aussi être trouvés dans les références [6, 11, 23, 24, 25].

### 1.3 PROJETS PRÉCÉDENTS ET PROBLÉMATIQUE DU PRÉSENT PROJET

Ce rapport constitue le rapport final de l'objectif 2 du contrat de recherche R732.1 entre l'UdeS et le MTQ, qui porte sur l'endommagement minimum détectable dans des poutres de pont en béton armé simple ou en béton précontraint testées en laboratoire. La finalité de ce volet du projet était énoncée comme suit :

*Déterminer, à l'aide d'essais en laboratoire sur des poutres de pont de bonnes dimensions, les différents types et niveaux d'endommagement détectables par deux méthodes de détection existantes :*

- a)** *l'algorithme MATLAB développé à l'Université de Sherbrooke [23, 24, 25] à partir d'un modèle d'éléments finis directement programmé sous MATLAB.*
- b)** *les méthodes de mise à jour de modèle numériques offertes par le logiciel commercial FEMtools à partir de modèles d'éléments finis développés sous un logiciel utilisé couramment au ministère*

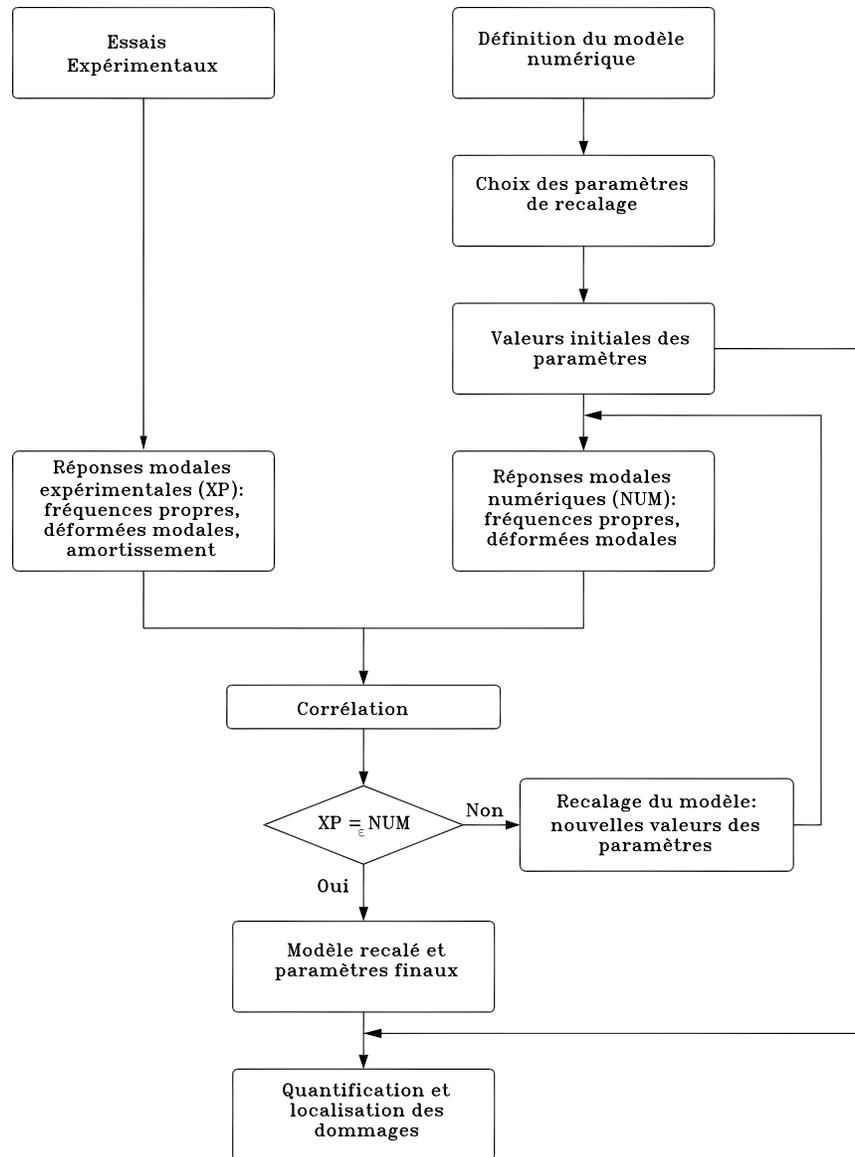


Figure 1.1 – Diagramme général de l’algorithme itératif de recalage de modèles numériques

*des Transports (ABAQUS ou FEMAP). Étudier la possibilité d’intégrer aux méthodes de FEMtools, par scripts personnels, l’algorithme de détection de l’endommagement développé par l’Université de Sherbrooke.*

Puisque le projet fait appel à deux méthodes faisant appel à deux logiciels différents, une première analyse comparative a été effectuée par les chercheurs pour mettre en lumière les atouts et inconvénients de l’algorithme Matlab de l’UdeS et du logiciel FEMtools. Ce travail a fait l’objet du rapport CRGP-2015/03 [2] remis au Ministère en juillet 2015. Dans ce rapport, la capacité de FEMtools, un outil alors peu connu par les chercheurs mais présentant l’intérêt d’être convivial et facile d’utilisation à travers son interface graphique, a été validée pour effectuer des détections d’endommagement par recalage de modèles d’éléments finis sur des cas déjà connus et validés. Ces mêmes cas avaient été utilisés pour le développement de l’outil Matlab [18, 19, 21, 22]. Le logiciel

FEMtools a cependant montré un certain problème de robustesse face aux erreurs expérimentales présentes dans les données d'entrée par rapport à l'algorithme Matlab.

Par la suite, un large programme d'essais visant à endommager de manière contrôlée en laboratoire différents types de poutres et à qualifier le niveau d'endommagement minimal détectable à partir de l'évolution de leurs propriétés modales (fréquences propres, amortissements modaux et déformées modales) a été élaboré. Trois poutres en béton armé de 6 m de portée soumises à quatre types de dommages différents ont d'abord été testées dans le cadre de ce projet. Les résultats de ces essais ont été compilés dans le rapport CRGP-2015/04 [15] remis au Ministère en août 2015. Les dommages critiques recherchés dans ce précédent projet étaient :

- les dommages résultant d'un travail en flexion, allant de la fissuration importante en flexion à la plastification des armatures longitudinales (poutre PBA1-1) ;
- les dommages critiques résultant d'un travail en cisaillement, allant de la fissuration en cisaillement à la plastification des armatures transversales (poutre PBA2) ;
- la corrosion des armatures longitudinales (poutre PBA1-2) ;
- l'endommagement des appareils d'appuis aux extrémités des poutres (poutre PBA1-2).

Des trois poutres testées, deux avaient une quantité minimale d'armatures de cisaillement et l'autre n'était pas armée en cisaillement. Les essais étaient destructifs à l'exception de ceux expérimentant des dommages aux appuis, ce qui a permis de ne construire que trois poutres pour tester les quatre types de dommages. L'étude a montré que les fréquences naturelles et les déformées modales sont des indicateurs très clairs de l'altération des conditions d'appui et de la fissuration en flexion-cisaillement pour des poutres en béton armé simple. Les résultats ont aussi indiqué que la corrosion des barres d'armatures est beaucoup plus difficile à détecter et que les amortissements modaux ne sont pas des indicateurs fiables des endommagements testés.

Un dernier essai majeur au laboratoire a été mené pour compléter la campagne expérimentale nécessaire à la réalisation du volet 2 du projet R732. Une poutre en béton, précontrainte par post-tension, à l'échelle 1/2 et de 7 m de portée, a été construite et soumise à un chargement constant de trois masses d'environ 4 tonnes chacune. L'évolution des propriétés modales de la poutre (fréquences propres et déformées) a été étudié sous l'effet d'un endommagement résultant de la perte progressive de la précontrainte. Les résultats de ces essais ont fait l'objet du rapport CRGP-2017/01 [3] remis au Ministère en décembre 2017. Les conclusions ont montré que la seule perte de précontrainte n'est pas détectable à travers les propriétés dynamiques du spécimen tant que la fissuration est limitée. La détection de l'endommagement d'une poutre précontrainte revient donc essentiellement à la détection de la fissuration d'une poutre en béton soumise à la flexion. Les résultats ont montré que les fréquences des modes de flexion étaient alors les meilleurs indicateurs d'endommagement tandis que les déformées modales subissaient peu ou pas d'évolution.

Le projet présenté dans le présent rapport a pour objectif le traitement évolué des résultats expérimentaux des rapports CRGP-2015/04 [15] et CRGP-2017/01 [3] évoqués précédemment et dans lesquels seule une détection d'endommagement par l'intermédiaire d'indices était effectuée. L'objectif de la présente étude est de tenter de détecter, mais aussi de localiser les endommagements subis par les poutres, par recalage de modèles numériques à l'aide des outils Matlab et FEMtools.

### 1.4 MÉTHODOLOGIE ET OBJECTIFS

Le projet présenté dans ce rapport poursuit principalement les deux objectifs suivants :

1. Présenter les résultats de détection et de localisation des différents types d'endommagement étudiés expérimentalement, obtenus du logiciel FEMtools et de l'algorithme Matlab, afin de choisir le meilleur outil pour la poursuite du projet appliqué à une structure réelle.

2. Déterminer, pour les différents types d'endommagement, les niveaux de dommage minimum requis pour obtenir des résultats.

Compte tenu des résultats expérimentaux obtenus sur l'ensemble des essais expérimentaux, les dommages étudiés ont été résumés à deux catégories essentiellement, soit les dommages par fissuration en flexion (à différents degrés) et les dommages aux appuis par rigidification des appareils. Pour mener l'étude de détection d'endommagement par recalage de modèle numérique et répondre aux objectifs énoncés précédemment, une attention particulière a d'abord été accordée à l'étude de la poutre en béton armé simple PBA2, car son cas et ses résultats étaient très représentatifs des cas de dommage en flexion. Une analyse utilisant un modèle en deux dimensions (2D) et n'utilisant que les données des modes de flexion a d'abord été menée de manière très détaillée avec les deux logiciels, Matlab et FEMtools en parallèle. Puis une analyse avec un modèle d'éléments finis en 3D a aussi été effectuée avec le seul outil FEMtools en utilisant cette fois l'ensemble des modes disponibles, incluant la torsion et les modes latéraux. Dans les deux cas, l'étude a débuté par l'étape très délicate du recalage initial du modèle d'éléments finis. Puis des analyses de dommages simulés numériquement ont été effectuées pour juger de la capacité des outils à fournir des résultats sans la perturbation des erreurs expérimentales. Enfin, les analyses ont été menées à partir des résultats des études expérimentales.

Suite à l'étude précédente, seules des analyses 2D ont été effectuées sur le reste des poutres, soit les poutres PBA1-1 et PBA1-2. Pour la poutre PBA1-2 et les résultats concernant l'endommagement de ses appuis, la méthodologie de la poutre PBA2 a été reproduite à l'identique : d'abord le recalage, du modèle initial, suivi d'analyses de détection d'endommagement simulés numériquement, puis l'analyse à partir de résultats expérimentaux. Pour la poutre PBA1-1, la phase d'analyse de dommages simulés a été éludée, puisque fondamentalement cette étude aurait été identique à celle de la poutre PBA2 (au modèle numérique près).

**Remarque sur la poutre précontrainte par post-tension et la poutre PBA1-2 endommagée par coupure de barres pour simuler la corrosion :** Les deux cas évoqués n'ont fait l'objet d'aucune étude de détection d'endommagement par recalage de modèle numérique. Compte tenu de résultats de détection et localisation obtenus sur les poutres PBA2 et PBA1-1 pour des dommages en flexion et qui sont présentés dans le présent rapport, les chercheurs ont jugé que l'étude approfondie de la poutre précontrainte et de la poutre en béton armé simple endommagée par corrosion (toutes deux sujettes à de la fissuration par flexion) était inutile et ne fournirait aucun résultat additionnel susceptible de faire progresser la recherche.

## 1.5 PLAN DU RAPPORT

À la suite de cette introduction, le chapitre 2 présente la méthodologie d'étude détaillée appliquée pour les analyses de détection et de localisation de l'endommagement de l'ensemble des spécimens traités. Des rappels théoriques fondamentaux sur la méthode de recalage de modèles numériques sont effectués. Le chapitre 3 présente de manière approfondie les résultats obtenus avec le modèle 2D pour la poutre PBA2, qui a servi de référence pour la suite de l'étude. On y présente notamment les résultats de recalage du modèle initial, de détection des endommagements simulés et des endommagements expérimentaux, successivement avec les deux outils Matlab et FEMtools. Le chapitre 4 présente les analyses similaires, menées avec le modèle 3D de la poutre PBA2, d'abord modélisée sous Abaqus, avant d'être exporté et recalé avec FEMtools pour l'analyse de dommages simulés et expérimentaux. Le chapitre 5 traite, de façon plus rapide, des analyses de détection d'endommagement expérimentaux effectuées pour la poutre PBA1-1, incluant le recalage initial du

modèle. Le chapitre 6 traite des résultats de recalage et de détection d'endommagement simulés et expérimentaux de la poutre PBA1-2 sous l'effet de détériorations de ses appuis. Le chapitre 7 conclut le rapport en tirant les enseignements principaux du volet 2 du projet R732.1 et émet les recommandations pertinentes pour les suites à donner au programme de recherche.

---

# Méthodologie

La méthode de détection d'endommagement structural utilisée dans ce projet est basée sur le recalage de modèles numériques. Le recalage de modèles consiste en un ensemble de fonctionnalités et de méthodes permettant d'actualiser des modèles d'éléments finis pour une meilleure adéquation avec des objectifs de référence tels des données d'essai. Durant le processus de recalage, divers étapes doivent être suivies pour évaluer le niveau et la localisation de l'endommagement de la structure réelle. En particulier, on y retrouve :

- la définition d'un modèle numérique ;
- le choix des types de réponses à utiliser (déplacements statiques, masse, données modales, FRF ou valeurs de corrélation comme le MAC) ;
- le choix des types de paramètres (masse, rigidité, propriétés d'amortissement) utilisés dans la définition du modèle d'éléments finis ;
- un appariement du modèle avec la géométrie de la structure réelle ;
- un appariement avec les réponses géométriques (en fonction des types de réponses utilisés) de la structure.

## 2.1 OUTILS

La méthode de détection d'endommagement basée sur le recalage de modèles numériques consiste, par un processus itératif, à adapter les propriétés méconnues d'un modèle d'éléments finis de manière à minimiser les écarts entre les données modales expérimentales et les prédictions du modèle d'éléments finis.

Les deux outils utilisés dans la suite du projet ont été présentés en détails dans le rapport [2], et sont : un algorithme développé sous Matlab [20] entre 2003 et 2006 à l'Université de Sherbrooke, et le logiciel commercial FEMtools [5].

Le processus mathématique de régularisation, avant la linéarisation du problème, utilisé dans l'algorithme Matlab, ainsi que les particularités algorithmiques pour la régularisation du problème, le rend robuste quant aux incertitudes des mesures expérimentales. Il ne dispose pas d'interface graphique particulière, mais il présente l'ensemble des résultats tant sous une forme matricielle réutilisable par la suite, que sous la forme de différents graphiques.

FEMtools présente quelques avantages par rapport à l'algorithme Matlab, dont les plus importants sont son interface graphique, la possibilité d'interagir avec d'autres logiciels d'éléments

finis et sa polyvalence. Un autre point fort du logiciel concerne ses nombreux modules de calcul ainsi que ses processus opératoires, notamment les multiples analyses de corrélation disponibles. FEMtools permet aussi de définir des valeurs de coefficients de pondération exprimant le niveau de confiance (dispersion acceptée) dans les paramètres du modèle et dans les données d'essai. La possibilité de spécifier des incertitudes différentes pour des paramètres bien particuliers ou pour certaines réponses expérimentales est un atout majeur de FEMtools par rapport à l'outil Matlab. Ceci permet de raffiner l'analyse en limitant, par exemple, les variations d'un paramètre proche d'une valeur raisonnable (sorte d'intervalle de valeurs acceptables).

## 2.2 APPROCHE

L'objectif du recalage des modèles à partir de données expérimentales consiste, soit à améliorer la prédictibilité de ces modèles (en minorant les erreurs de modélisation), soit à détecter d'éventuels endommagements d'une structure (les écarts étant liés à une altération de la structure). Dans les deux cas, il s'agit d'estimer les corrections à apporter au modèle pour que celui-ci concorde avec les données expérimentales, en tenant si possible compte des erreurs de mesure. Le processus de recalage (Model Updating) de modèles éléments finis requiert la détermination de paramètres, qui peuvent être, par exemple, la valeur de la rigidité d'un élément, la masse d'une partie de la structure ou l'amortissement d'une composante.

D'une manière simpliste, la méthode de recalage de modèles numériques consiste à trouver les bonnes valeurs des paramètres du modèle d'éléments finis en utilisant des mesures expérimentales afin de permettre au modèle numérique de reproduire le comportement réel de la structure. On peut remarquer que la démarche est « inverse » aux processus habituels. En effet, on tente de déterminer les *causes* d'un phénomène à partir des observations expérimentales de ses *effets* (voir Figure 2.1b). Ce type de situation fait partie des problèmes dits *inverses* (ou parfois appelés problèmes d'identifiabilité) en comparaison aux problèmes dits *directs* où on cherche l'effet (p.e. une déformation) suite à une cause connue (p.e. une charge appliquée) (voir Figure 2.1a). Cette situation survient généralement quand on étudie un système physique dont une partie des paramètres d'entrée sont indéterminés et dont les sorties sont indirectement ou partiellement observées.

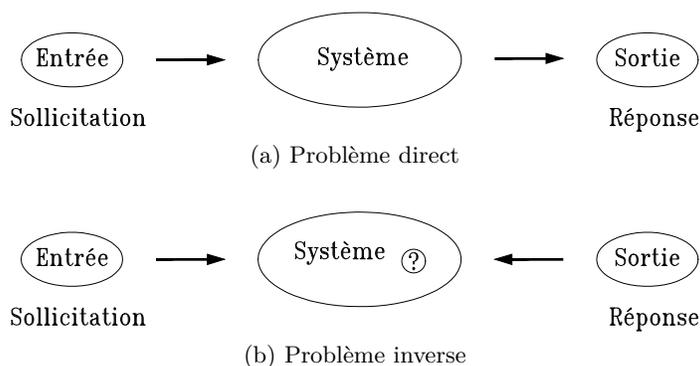


Figure 2.1 – Représentation des problèmes : (a) direct et (b) inverse.

La classe de problèmes inverses présente généralement les caractéristiques suivantes : les systèmes considérés sont complexes, les observations sont parfois indirectes et/ou partielles, entachées d'erreurs et le problème est souvent mal posé. Ce dernier point est une problématique qui est liée

à l'extrême sensibilité au bruit<sup>1</sup> de mesure et aux erreurs de modélisation et qui reste encore aujourd'hui très étudié. En effet, contrairement aux problèmes directs, *bien posés*, pour lesquels les mêmes causes produisent toujours les mêmes effets, on admet facilement le fait que, pour les problèmes inverses, les mêmes effets puissent provenir de causes différentes. La plupart des problèmes inverses sont caractérisés par l'un ou plusieurs des trois critères suivants concernant la solution, qui au sens d'Hadamard [8], définissent un problème mal posé : soit la solution n'existe pas, soit elle n'est pas unique ou elle ne dépend pas continûment des données d'entrée du problème. Deux des critères susmentionnés peuvent être particulièrement problématiques. En premier lieu, si la solution ne dépend pas continûment des données d'entrée du problème, alors cela signifie qu'une faible variation (pollution par le bruit de mesure ou d'autres sources d'erreurs) de ces données d'entrée peut générer d'importantes variations de la solution. Assurément, la non-stabilité de la solution peut engendrer d'importantes erreurs dans la résolution numérique. En ce qui concerne la non unicité de la solution, elle constitue également un sérieux souci ; en effet, lorsque plusieurs choix de paramètres peuvent aboutir à une même mesure, il devient nécessaire de trouver un moyen de choisir la meilleure, c'est-à-dire la plus exacte et réaliste d'un point de vue physique.

Afin de passer outre ces problèmes de stabilité et de non unicité, il est nécessaire, en pratique, d'introduire des informations a priori sur la solution, c'est-à-dire des informations que l'on a sur l'inconnue avant même d'observer les données de manière à restreindre l'ensemble des solutions admissibles. Différentes approches sont possibles, soit déterministes basées sur la minimisation d'une fonctionnelle associée à une méthode de régularisation (outil Matlab), ou bien stochastiques basées sur l'inférence bayésienne (FEMtools). Elles permettent de déterminer les données expérimentales non pas exactement mais en restant comprises dans des marges d'incertitudes admissibles. Ainsi, la solution physique convenable recherchée avec ces méthodes n'est pas *la* solution exacte du problème mais seulement une approximation de cette solution.

Les méthodes de régularisation introduisent des contraintes dans le problème mal posé pour en permettre sa résolution. Ces contraintes à introduire pour résoudre un problème mal posé vont différer en fonction du problème à résoudre, du domaine et des paramètres physiques auxquels on s'intéresse. L'idée de base de la régularisation est de remplacer une équation mal posée par un problème proche bien posé. Les techniques de régularisation visent généralement à produire une estimation raisonnable des quantités d'intérêt basée sur les données disponibles. Dans la démarche dite déterministe, seule la réponse est représentée par des propriétés statistiques, conséquence du bruit, et les paramètres restent considérés comme des phénomènes déterministes (non aléatoires). La méthode de régularisation de Tikhonov est la plus connue et la plus utilisée parmi cette démarche. Dans l'autre approche, autant les paramètres que les réponses sont considérés comme probabilistes. Ce sont les méthodes dites « bayésiennes » qui fournissent des solutions plutôt précises pour des systèmes complexes, de par leur capacité à caractériser les incertitudes de ces systèmes. La démarche bayésienne est très utile pour des applications en génie civil en raison des très nombreuses incertitudes tant dans la modélisation que l'identification des paramètres rencontrés de ce domaine d'étude. Entre autres, l'excitation sur une structure, les propriétés des matériaux et les erreurs de modélisation peuvent être traitées comme des incertitudes. Cette approche adopte un point de vue probabiliste pour la modélisation des informations *a priori* et des diverses incertitudes, et consiste à former et analyser une fonction de densité de probabilité *a posteriori* sur le système en traitant l'ensemble des informations *a priori* et le modèle physique comme deux sources indépendantes d'information.

Les deux démarches se basent sur l'analyse de sensibilité et suivent un processus itératif pour aboutir à un choix optimal du paramétrage du modèle.

---

1. On entend par bruit tout ce qui peut venir dégrader les données expérimentales lors de son acquisition.

Dans les sections suivantes seront présentés les éléments de la procédure utilisée pour recaler le modèle représentant notre spécimen ainsi que la détection des endommagements subis par les poutres.

### 2.2.1 Définition du modèle

Un modèle est typiquement une représentation idéalisée, qui fait intervenir des simplifications de représentation ou des paramètres d'un système qui sont incertains, p. ex. des conditions limites, la géométrie, les propriétés des matériaux ou des interactions cinématiques. Il faut s'assurer que le modèle puisse approcher le phénomène étudié et les réponses cibles en plus de refléter le comportement physique de la structure réelle. Aussi, les erreurs de modélisation (extrinsèques aux paramètres) ne peuvent pas être corrigées par les algorithmes de recalage et sont une des principales sources de complexité durant le processus.

Pour obtenir un modèle réussi pouvant être utilisé dans un processus de recalage, il est essentiel de bien concevoir le modèle initial. Ainsi, il faut minimiser les erreurs de discrétisation et respecter au mieux les aspects importants du comportement structural et de la géométrie. La définition du modèle d'éléments finis représentant une structure à étudier est de nature itérative (eu égard à la complexité de ladite structure) et passe par divers ajustements. Recaler des modèles d'éléments finis ayant moins de discordance avec les structures réelles qu'ils représentent permet une meilleure prédiction des comportements dynamiques de la structure pour des analyses futures. Un raffinement du maillage ou un changement du type d'éléments finis (éléments non structurés vers des éléments structurés ou l'inverse, éléments unidimensionnels, plans ou tri-dimensionnels) peut être introduire. Autant que possible, il est conseillé de commencer avec un modèle assez simplifié mais permettant de reproduire les comportements de la structure réelle.

La structure considérée est une poutre simplement appuyée excitée par deux forces ponctuelles comme indiqué sur la figure 2.2.

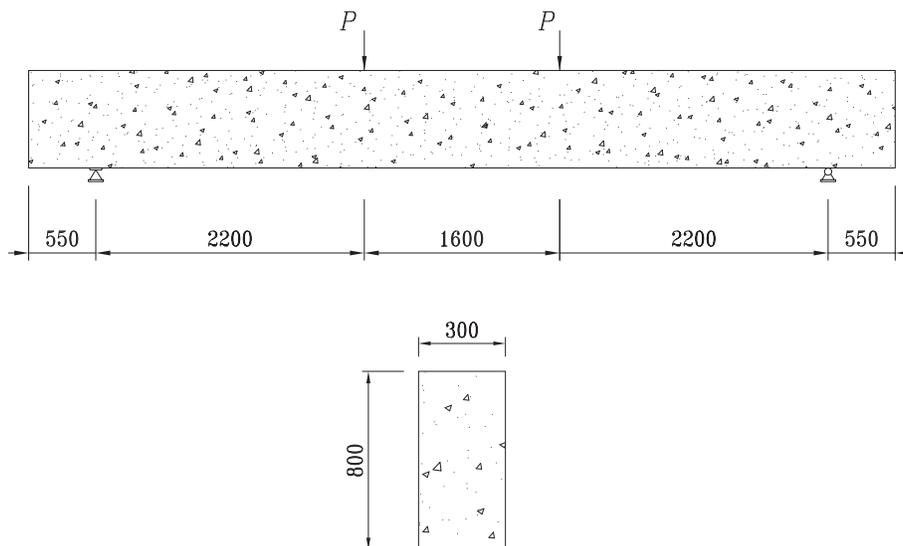


Figure 2.2 – Géométrie des poutres testées au laboratoire.

Essentiellement, pour représenter la poutre, la géométrie sous-jacente au modèle éléments finis est filaire. Pour ce modèle simplifié, les éléments sont de type poutre à deux noeuds aux extrémités et la masse est répartie. Après analyse de convergence sur les fréquences obtenues en fonction de

la taille du maillage, un nombre de 30 éléments filaires a été retenu pour modéliser la poutre. Ceci équivaut à avoir trois éléments entre deux points de mesure expérimentaux (voir Figure 2.3) et dans les deux extrémités en porte-à-faux, le maillage retenu est aussi présenté sur la figure (les noeuds sont symbolisés par les points rouges). La poutre étant en béton armé, donc hétérogène, une homogénéisation a été nécessaire pour ramener un tronçon de béton et d'acier à un segment filaire. La méthode se base sur le calcul d'un module de Young et d'un module de cisaillement équivalents tenant compte des aires de surface de béton et d'acier concernées ainsi que de leurs caractéristiques mécaniques respectives.

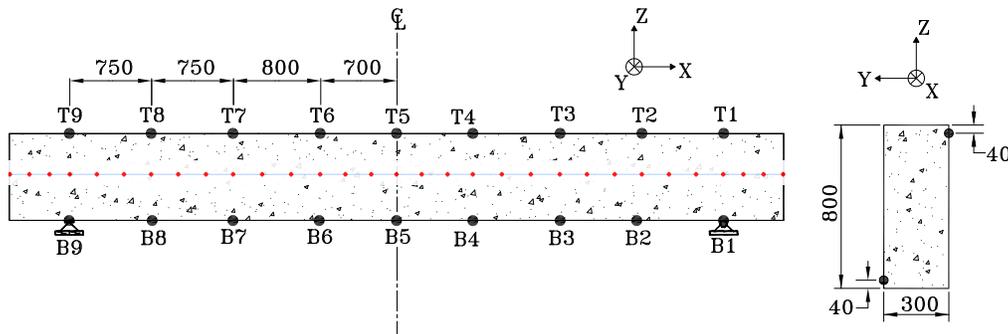


Figure 2.3 – Position des accéléromètres et noeuds des éléments finis filaires.

Une représentation tridimensionnelle des poutres a aussi été utilisée avec des éléments hexaédriques. Un exemple est montré à la figure 2.4. Cette modélisation permet de tenir, entre autres, compte des comportements hors plan ainsi que d'approcher d'autres paramètres non accessibles avec le modèle simplifié filaire. Des éléments quadratiques avec 20 noeuds et huit points d'intégration ont été retenus. Après avoir testé plusieurs finesses de maillage, le choix, basé sur un compromis entre temps de calcul et finesse des résultats, s'est porté sur le maillage permettant d'obtenir les 20 premières fréquences propres avec suffisamment de précision.

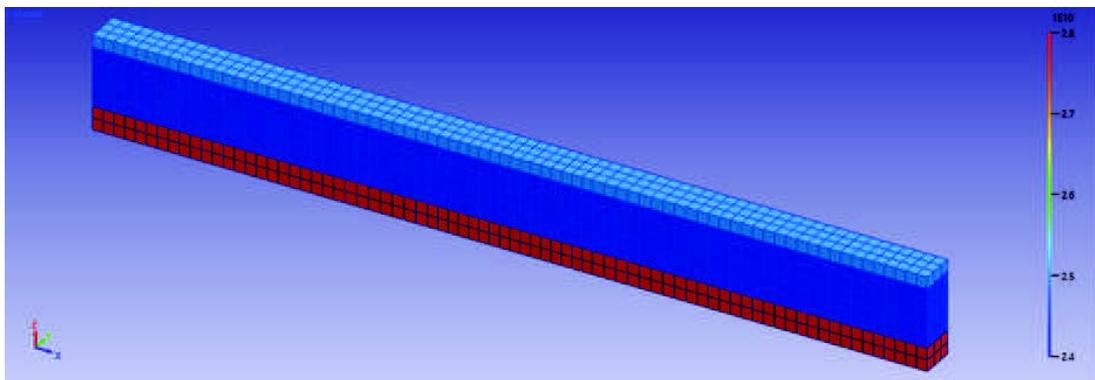


Figure 2.4 – Exemple de modélisation 3D des poutres avec FEMtools.

Une bonne compatibilité entre le maillage choisi pour le modèle d'éléments finis et la grille représentant l'essai expérimental est essentiel pour s'assurer de mettre à jour le bon modèle numérique. En effet, les mesures ne sont pas obligatoirement réalisées aux emplacements des noeuds d'éléments finis, ni même dans les directions associées aux degrés de liberté (ddl) du modèle. Surtout que le nombre de points de mesure est bien en deçà du nombre de *ddl* du modèle. Une corrélation spatiale initiale doit être garantie entre des noeuds du modèle numérique et les points de mesure correspon-

dants de la grille d'essai. Cet appariement se fait entre les points et noeuds les plus proches, à une tolérance dimensionnelle fixée. Il faut aussi s'assurer que les degrés de liberté du modèle numérique et des points de mesure sont dans les mêmes directions, pour un même système référentiel.

Les liaisons (conditions aux limites et joints d'assemblage) sont difficiles à représenter convenablement lors d'une modélisation, pourtant elles sont essentielles pour parvenir à simuler fidèlement le comportement de la structure réelle. Elles sont le lieu de phénomènes complexes qui, quand ils ne sont pas inconnus, sont fortement non linéaires et difficilement modélisables. La réponse du système est très sensible aux conditions limites, c'est-à-dire que la modification même faible d'une condition limite peut induire un changement important du niveau vibratoire de la structure. Si la flexibilité des connections et les conditions aux limites ne sont pas modélisées correctement, toute analyse future sera entachée d'erreurs. Les conditions d'appuis sont représentées, dans le cadre de ce projet, par des éléments 0D (sans dimension) de type ressorts avec des degrés de liberté en translation et/ou en rotation.

Un inconvénient réside dans la connaissance de valeurs initiales des raideurs nécessaires au démarrage de l'implémentation. Il est pourtant indispensable d'avoir des ordres de grandeur corrects dès le début de l'étude au risque de ne pas trouver de solution ou de trouver une solution n'ayant pas de sens physique. Pour débiter, on peut se baser sur des valeurs de raideur trouvées dans la littérature, mais des analyses manuelles devront être effectuées pour approcher au mieux que possible les premières fréquences propres et déformées modales.

Une fois le modèle d'éléments finis précisé, au mieux de ce qui peut être fait manuellement, le niveau de corrélation entre les prédictions et les mesures est inopportunément souvent insuffisant. Le recalage de ce modèle doit être réalisé pour réduire la discordance avec les réponses cibles.

### 2.2.2 Choix des réponses

Avant de procéder au recalage du modèle, le choix des réponses doit être fixé. En théorie, toutes les mesures qui donnent accès au comportement réel d'une structure sont d'intérêt. Toutefois, ces données expérimentales doivent pouvoir être comparées à un calcul numérique. Les types d'informations expérimentales qui sont utilisés dans cette méthodologie de détection d'endommagement sont des données modales. Ainsi, les réponses consistent en des fréquences propres et/ou des déformées modales. On suppose que la position et l'orientation des capteurs, ainsi que le niveau et la fréquence propre de l'excitation sont fiables, tandis que les quantités mesurées par les capteurs, qui sont inévitablement soumises à un bruit de mesure, seront supposées moins fiables. Le niveau de confiance en ces données modales (complexité d'un mode par exemple) permettront le cas échéant, dans un premier temps, d'écarter certains modes.

Il est à noter que le nombre de réponses cibles est fonction du modèle utilisé, car certaines réponses n'apportent aucune information à l'évolution du modèle (par exemple des modes hors du plan de définition du modèle filaire).

La comparaison du modèle numérique avec les valeurs expérimentales se fait directement entre les fréquences naturelles et les modes propres. Les modes de vibration caractérisés expérimentalement ne correspondent pas forcément aux premiers modes de vibration du modèle numérique. En effet, ceci peut se produire lorsque les fréquences des modes sont trop rapprochées ou encore lorsque certains modes n'ont pas été caractérisés expérimentalement. Pour comparer ces valeurs, il est primordial d'associer correctement chacun des modes expérimentaux au mode analogue numérique.

L'appariement modal est une des tâches les plus critiques lors d'un processus de recalage. Le recalage manuel initial du modèle doit permettre un appariement initial adéquat des modes cibles expérimentaux et du modèle. Dans cette phase, il faut manuellement faire cette correspondance

pour s'assurer de travailler avec des données cohérentes. En fonction de la complexité du modèle, cet appariement initial peut être tout de même ardu, mais nécessaire.

Dans la suite du processus, un appariement automatique des modes peut-être effectué en utilisant la distance (norme euclidienne) entre les vecteurs des modes propres expérimentaux et numériques. Ainsi, le critère d'adéquation modale MAC (*Modal Assurance Criterion*) [1], qui permet de caractériser la similitude entre deux modes à partir de leur déformée, peut-être utilisé à cette fin.

Le MAC fournit un indice de corrélation entre deux vecteurs et est souvent utilisé en dynamique des structures pour comparer des modes propres. La composante  $ij$  de la matrice de MAC est composée du scalaire comparant le  $i$ ème vecteur propre du modèle numérique ( $\Phi_i$ ) au  $j$ ème vecteur propre expérimental ( $\Phi_j$ ) d'après l'équation 2.1 :

$$\text{MAC}_{ij} = \frac{(\Phi_i^T \Phi_j)^2}{(\Phi_i^T \Phi_i) (\Phi_j^T \Phi_j)} \quad (2.1)$$

Les valeurs du MAC sont comprises entre 0 et 1. Une valeur de 1 signifie que les deux vecteurs comparés sont colinéaires, alors qu'une valeur de 0 correspond à des vecteurs orthogonaux. Dans la pratique, une valeur de MAC supérieure à 0,9 est considérée comme étant bonne tandis qu'une valeur de 0,7 correspond à une faible corrélation.

Un autre critère, le CoMAC, proposé par Lieven et Ewins [10], et qui se veut un prolongement du MAC, peut être aussi utilisé. Il permet d'identifier les degrés de liberté où une erreur systématique se produit entre deux familles de modes  $\Phi_i$  et  $\Phi_j$  qui se correspondent. Il est défini pour le degré de liberté  $k$  par :

$$\text{CoMAC}_k = 1 - \left\{ \frac{\left( \sum_{r=1}^m \Phi_{i,r}^k \Phi_{j,r}^k \right)^2}{\sum_{r=1}^m (\Phi_{i,r}^k)^2 \sum_{r=1}^m (\Phi_{j,r}^k)^2} \right\} \quad (2.2)$$

où  $m$  est égal au nombre de paires de modes comparées issues des familles de données  $i$  et  $j$ . Ainsi défini, sous la forme de : 1 - le terme à l'intérieur des accolades (Éq. 2.2), une bonne corrélation est obtenue pour des valeurs du CoMAC proches de l'unité. La définition suppose aussi que les modes ont été normalisés de manière similaire.

Une utilisation de ces critères permet, à ce stade, d'avoir une correspondance entre les différentes fréquences naturelles du spécimen et numérique. L'appariement donne ainsi la possibilité d'exclure, ou du moins de remarquer, des modes expérimentaux dont le niveau de MAC est faible ou en concurrence avec deux modes numériques. Le recalage manuel initial du modèle doit permettre un appariement adéquat initial entre des modes cibles expérimentaux et du modèle. Cette corrélation manuelle est indispensable pour s'assurer que les bons accouplements modaux ont été faits, car sinon, la suite du processus de détection d'endommagement peut être irréalisable.

Une fois un modèle initial suffisamment défini, les types de réponses utilisées sont des fréquences propres, des déformées modales et des valeurs de MAC entre les modes du modèle numérique et ceux du spécimen expérimental. Ces données sont écrites dans le format convenable en fonction de l'outil utilisé : des fichiers UFF<sup>2</sup> (*Universal File Format*) pour FEMTools et des matrices pour Matlab.

---

2. Les formats UFF ont été développés à la fin des années 60 pour faciliter et normaliser les transferts de données entre les outils de conception assistée par ordinateur et les logiciels d'essais expérimentaux [9]. Ce format nécessite d'adapter des codes pour la lecture, l'écriture et la transformation des données expérimentales.

### 2.2.3 Paramétrage

L'inclusion de paramètres de recalage adéquats (paramètres de modélisation) dans le modèle d'éléments finis est la clé de la réussite de n'importe quel algorithme de recalage de modèle. Avec un nombre limité de données mesurées et pour assurer une convergence dans le processus de recalage, il faut limiter le nombre de paramètres à utiliser et procéder à un regroupement des éléments possédant des propriétés communes.

Lorsque l'on choisit des paramètres pour un modèle à recaler, il est toujours conseillé de comprendre le comportement de la structure, tant globalement que localement. Le comportement local permet de repérer les régions où des imprécisions de modélisation peuvent engendrer des divergences dans les prédictions du modèle. Par exemple, une étude minutieuse des déformées modales obtenues par éléments finis peut révéler le mouvement de points d'appuis à chacune des fréquences naturelles mesurées. On peut alors choisir les paramètres qui influencent ce mouvement et leur importance sur le processus de recalage est facilement confirmé par une analyse de sensibilité. Les principaux critères dans la sélection des paramètres sont leur incertitude et leur sensibilité.

Habituellement, le nombre de paramètres qu'on obtient fait en sorte que le problème soit excessivement sous-déterminé en nombre d'équations. Ceci augmente le nombre de solutions possibles au problème sans compter le lourd coût de résolution ainsi que d'autres problèmes de convergence qui peuvent survenir. Comme cela a été mentionné dans le rapport [12], un équilibre entre le nombre d'inconnus (paramètres) et le nombre d'équations (réponses) doit être assuré. Il est conseillé de garder le nombre de paramètres en deçà de 150 % du nombre de réponses. Un paramétrage convenable permet ainsi de réduire le nombre d'inconnus par rapport au nombre d'équations provenant des données expérimentales. Pour y arriver, des quantités communes seront rassemblées dans un même groupe et ce dernier sera considéré comme un paramètre.

La liste des paramètres, a priori, exploitable dans le cas des poutres testées au laboratoire de l'université de Sherbrooke sont :

□ les caractéristiques du matériau béton-acier de la poutre :

- La masse volumique  $\rho$  ;
- le module de Young  $E$  ;
- le coefficient de Poisson  $\nu$  ;
- l'amortissement structural du matériau  $\xi$ .

□ les raideurs des appuis.

La masse volumique du mélange béton-acier est plutôt bien définie grâce aux essais réalisés sur les éprouvettes de béton et le peu de variation dans les caractéristiques physiques de l'acier. Ainsi, la masse volumique n'a pas été retenue comme paramètre de recalage. Des analyses réalisées en intégrant le coefficient de Poisson et l'amortissement structural comme paramètres de recalage ont exhibé une sensibilité quasi nulle pour ces paramètres. Peu importe leurs valeurs de départ elles restaient inchangées à la fin de l'analyse.

Par conséquent, les paramètres retenus pour ces analyses et qui vont rendre compte des types de dommages recherchés sont le module de Young des éléments de la poutre et les raideurs des appuis. On comprend bien que le nombre de paramètres pour les éléments de la poutre ainsi que ceux des appuis varie en fonction du modèle utilisé (filaire ou tridimensionnel). Une fois les paramètres choisis, il faut leur assigner une valeur de départ.

## Paramétrage initial

Les valeurs initiales des paramètres ne sont pas choisies de façon arbitraires car, comme cela a été dit, le processus est sensible aux valeurs initiales. Les plages de valeurs dans lesquelles ces paramètres évoluent doivent être définies. Ainsi, cela permet de rejeter des modèles non réalistes même si la corrélation avec les données expérimentales serait excellente. Un paramétrage initial sera ainsi défini pour s'assurer d'avoir des valeurs de départ dans le bon ordre de grandeur. Généralement, on débute avec un paramétrage grossier qui sera raffiné par la suite.

Pour les paramètres associés aux éléments de la poutre, les valeurs initiales correspondent à l'homogénéisation du béton et de l'acier (eu égard aux domaines des éléments concernés) en utilisant les caractéristiques mécaniques obtenues lors des essais de caractérisation des matériaux. Nous savons déjà, par conséquent, que les valeurs utilisées pour les éléments en béton armé doivent être plutôt proches de la réalité.

En revanche, l'incertitude qui réside sur les rigidités des ressorts est beaucoup plus grande puisqu'aucune valeur initiale sûre ne peut être trouvée dans la littérature et il n'y a pas eu d'essai de caractérisation des appuis. Il faudra avant tout recalage automatique procéder à un paramétrage manuel type essai-erreur pour arriver à diminuer l'écart entre les réponses expérimentales et les résultats numériques.

## Analyse de sensibilité

Les paramètres sélectionnés pour le recalage de la structure doivent être en mesure de dissiper toute ambiguïté du modèle et ainsi, il est nécessaire que la réponse du modèle soit « sensible » à ces paramètres. Aussi, les méthodes itératives de recalage impliquent l'utilisation de la sensibilité des paramètres pour déterminer leurs variations.

L'analyse de sensibilité peut être utilisée à des fins de :

**hiérarchisation des facteurs**, en effet, l'analyse de sensibilité permet de sélectionner les paramètres les plus influents. Elle renseigne aussi sur le niveau de précision que doit avoir les paramètres et l'attention qu'on doit leur accorder lors de leur détermination.

**simplification de la structure du modèle** en déterminant les paramètres les moins influents sur la réponse du modèle. Ils peuvent être fixés à leur valeur nominale ce qui implique par la suite la réduction du modèle.

**vérification du modèle** si l'analyse de sensibilité d'un paramètre, qui est réputé non influent, montre une forte contribution sur la variation de la sortie, dans ce cas la structure du modèle peut être remise en cause.

Les coefficients de sensibilité quantifient la variation d'une réponse par rapport à une modification de valeur d'un paramètre. La connaissance des paramètres les plus sensibles est pertinente quant à la sélection des paramètres du modèle pour éviter d'introduire des paramètres insensibles et ainsi améliorer la performance du processus de recalage en réduisant le nombre d'équations. D'un point de vue mathématique ou numérique, l'analyse de sensibilité est obtenue en calculant la dérivée partielle des réponses de la structure par rapport à chacun des paramètres d'intérêt du modèle. Cette analyse donne quelques informations concernant l'influence de chaque paramètre, ou groupe de paramètres, sur le comportement du modèle. Les coefficients obtenus pour toutes les combinaisons de réponses et de paramètres sont stockés dans une matrice dite de sensibilité  $S$  [2] qui s'écrit pour des valeurs  $\mathbf{a}_k$  des paramètres,  $\mathbf{g}$  étant les réponses :

$$\mathbf{S}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} \right|_{\mathbf{a}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial a_1} & \frac{\partial g_1}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial a_p} \\ \frac{\partial g_2}{\partial a_1} & \frac{\partial g_2}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial a_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_{n-1}}{\partial a_1} & \frac{\partial g_{n-1}}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial g_{n-1}}{\partial a_p} \\ \frac{\partial g_n}{\partial a_1} & \frac{\partial g_n}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial a_p} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

où ici  $n$  est le nombre de réponses et  $p$  le nombre de paramètres de recalage.

On définit le résidu pour des valeurs  $\mathbf{a}_k$  des paramètres, noté  $\mathbf{r}(\mathbf{a}_k)$ , comme une différence pondérée entre les réponses mesurées et les solutions obtenues avec les valeurs  $\mathbf{a}_k$  des paramètres. Ce résidu est une fonction non linéaire des paramètres de recalage. Pour un faible incrément  $\Delta \mathbf{a}_k$  autour de  $\mathbf{a}_k$ , le résidu peut être ainsi linéarisé :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(\mathbf{a}_{k+1}) &= \mathbf{r}(\mathbf{a}_k + \Delta \mathbf{a}_k) \\ &= \mathbf{r}(\mathbf{a}_k) - \mathbf{S}_k \Delta \mathbf{a}_k \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ainsi, à chaque itération  $k$  du processus de recalage, la fonction résiduelle est linéarisée (pour de petites variations des valeurs des paramètres) en utilisant la matrice de sensibilité associées aux valeurs des paramètres. Une fois la matrice de sensibilité calculée, on peut identifier quelles réponses de la structure sont plus sensibles aux petites variations de quels paramètres, indiquant les paramètres susceptibles de participer au recalage du modèle ou pas.

La sélection des paramètres ou groupes de paramètres de recalage tient compte de la sensibilité moyenne des paramètres ainsi que du jugement de l'ingénieur. À cette étape, le nombre de paramètres ou de groupes de paramètres varie pour aboutir à un paramétrage avancé du modèle à recalcer.

## 2.2.4 Recalage

Le processus de détection d'endommagement nécessite de comparer la structure à un état donné d'endommagement avec une structure de référence : le modèle calibré. Ce modèle calibré constitue le modèle initial (pas forcément exempt d'endommagement) qui doit se comporter autant que possible en adéquation avec la structure réelle lors de l'essai initial.

Cette phase de recalage est essentielle dans tout processus de recalage pour améliorer la précision du modèle et requiert généralement du temps et du jugement.

### Recalage préliminaire

Dans un premier temps, un choix doit être porté pour limiter les types de réponses et de paramètres à utiliser pour un recalage préliminaire des paramètres. Dans le cas des poutres testées au laboratoire, seulement des fréquences propres ont été utilisées comme réponse et seuls les paramètres associés aux rigidités des appuis ont été retenus dans cette étape. Le module de rigidité de la poutre est fixé à partir des données obtenues lors des essais de résistance à la compression du béton. Ce recalage préliminaire peut aussi se faire en utilisant uniquement les réponses et les paramètres liés à un type de comportement de la structure (par exemple flexionnel, torsionnel, longitudinal, latéral, etc.).

### Recalage proprement dit

Une fois les valeurs de certains paramètres trouvées, un recalage définitif est fait en utilisant la totalité des réponses et des paramètres retenus. En fonction de l'outil utilisé, on pourra limiter l'évolution de certains paramètres en jouant sur les niveaux de confiance placés en chacun. Ce recalage fin permet à la fois de déterminer les valeurs des autres paramètres, d'améliorer l'adéquation entre le modèle et la structure réelle et aussi, éventuellement, d'éliminer des paramètres. En effet, à chaque phase du processus, une analyse de sensibilité est effectuée. Par conséquent, des paramètres sensibles aux variations des réponses pour des valeurs de départ pourraient ne plus l'être ou devenir négligeables après le recalage.

Le choix des niveaux de confiance à accorder aux paramètres et aux réponses revient au responsable de l'étude. Plusieurs essais peuvent être nécessaires pour ce choix, car il s'agit de trouver un équilibre entre des réponses qui concordent autant que possible tout en ayant des paramètres ayant un sens physique et réaliste.

### Critère de convergence

À chaque itération du processus de recalage, les valeurs des coefficients de corrélation sont contrôlées et des critères de convergence sont vérifiés. Trois critères sont vérifiés sous FEMtools :

- la valeur d'un coefficient de corrélation est inférieure à une limite imposée ;
- la différence de deux valeurs consécutives du coefficient de corrélation est inférieure à un minimum donné ; ou
- le nombre d'itérations dépasse la quantité allouée. Cette vérification impose une limite pratique sur le nombre d'itérations, au cas où de très faibles marges de convergence sont utilisées ou quand le calcul ne converge pas.

Le coefficient de corrélation peut porter sur différentes réponses (fréquences naturelles, déformées modales, MAC, ...) ou une combinaison de ces réponses. Si non mentionné, la fonction de corrélation utilisée est le  $CC_{TOT}$  [5] correspondant aux différences relatives absolues totales et valant :

$$CC_{TOT} = \frac{1}{C_{Rf}} \sum_{i=1}^{Nf} C_{Rif} \frac{|\Delta f_i|}{f_i} + \frac{1}{C_{RM}} \sum_{i=1}^{NM} C_{RiM} MAC_i + \frac{1}{C_{R\phi}} \sum_{i=1}^{N\phi} C_{Ri\phi} \frac{|\Delta \phi_i|}{|\phi_i|} \quad (2.5)$$

$$C_{R*} = \sum_{i=1}^{N*} C_{Ri*} \quad (2.6)$$

les  $C_{Ri*}$  étant les pondérations des réponses  $*$  et  $N*$  est le nombre de ces réponses actives.

#### 2.2.5 Détection

Une fois le modèle calibré par rapport à un état de référence, on l'utilise comme étalon pour comparer les autres états de la structure.

Pour localiser et quantifier l'endommagement, nous déterminons la baisse de rigidité par un recalage des paramètres du modèle.

## Détection d'endommagement simulé

Lorsqu'on effectue l'identification des paramètres d'un modèle numérique d'une structure à partir d'une analyse modale expérimentale, l'une des difficultés est non seulement de traiter avec des données limitées, mais aussi avec l'incertitude, qui accompagne les mesures. Les incertitudes sur les propriétés modales obtenues peuvent être le résultat de mauvais rapports signal sur bruit sur les capteurs (souvent dans le cas de vibrations ambiantes) ou encore de modes propres rapprochés, qui peuvent fausser certaines hypothèses d'analyse. Il en résulte généralement une erreur sur la valeur des fréquences propres et une erreur encore plus grande sur les déformées modales (dont la mesure présente souvent un degré plus ou moins important de complexité, même si le mode est réel).

Pour savoir si le modèle tel que calibré peut reproduire les endommagements éventuels que subiront la structure réelle, une simulation d'endommagements est effectuée avant la détection des endommagements réels.

Les avantages de procéder à des simulations d'endommagement sont nombreux, entre autres :

- La gamme de détection possible (des endommagements relativement faibles ou relativement élevés).
- La distribution du schéma d'endommagement : les simulations permettent de définir différents canevas d'endommagement allant de dommages localisés (à un ou plusieurs tronçons disjoints de la poutre) à des dommages diffus le long de la poutre en passant par des variations de rigidité des appuis.
- L'utilisation de données non-bruitées peut prédire quels schémas d'endommagement pourraient ne pas être décelables. En effet, si l'outil de détection n'arrive pas à bien reproduire un certain schéma d'endommagement malgré l'absence de bruit de mesure et autres erreurs susceptibles lors d'essais expérimentaux, il est justifié de ne pas s'attendre à ce que ce schéma soit détectable pour un état d'endommagement réel.

Les scénarios d'endommagements localisés et/ou diffus sont évalués à différentes intensités d'endommagement.

Le processus suivi pour la simulation d'endommagement est le suivant :

1. Un facteur de réduction de la rigidité est appliqué à chaque paramètre, ou ensemble de paramètres dont on veut simuler l'endommagement.
2. Du modèle ainsi obtenu on extrait les modes et les fréquences propres.
3. Ces informations modales sont utilisées comme données d'entrée pour une analyse à partir du modèle calibré.
4. Après la phase de recalage du modèle, les résultats sont comparés aux endommagements imposés pour apprécier la précision de l'outil de détection en termes de localisation et d'intensité des dommages.

L'étude d'endommagement simulé permet aussi d'avoir une idée des valeurs de dispersion à appliquer aux paramètres ainsi que les critères d'arrêt à imposer en fonction des types d'endommagement relevés.

Une remarque importante à souligner : la détection d'endommagement simulé est exempte des bruits de mesures et autres qui sont présents lors d'un essai in situ ou au laboratoire. Si dans ce cas un endommagement obtenu n'est pas proche de celui imposé, il faut s'attendre à ce que ce type d'endommagement ne soit pas détectable dans le cadre de données mesurées.

### Détection, localisation et quantification d'endommagement réel

On part des informations modales recueillies des essais expérimentaux pour recalibrer le modèle calibré antérieurement. Les différents états d'endommagement de la structure réelle sont estimés dans la limite de leur détectabilité face à l'outil utilisé. Les endommagements sont exprimés en termes de facteur de réduction de la rigidité des paramètres, permettant d'apprécier tant en localisation qu'en intensité les dommages subis par la structure.

On comprend aussi que pour qu'un endommagement soit détectable, son intensité doit être telle qu'elle produit des modifications dans les réponses supérieures aux bruits de mesures.

---

# Détection d'endommagement dans la poutre PBA2

La poutre PBA2 a été la première à être modélisée et à éprouver les outils du processus de recalage et de détection des endommagements. Pour la définition du modèle on part avec la valeur moyenne trouvée pour le module de rigidité du béton, soit  $E_c = 25,910$  GPa. En utilisant le rapport des modules de rigidité du béton par rapport à l'acier, on utilise une section de béton modifiée valant  $A_m = 27,41 \times 10^{-2}$  m<sup>2</sup>. Une valeur de départ  $k_y = 10^8$  N/m est utilisée comme rigidité verticale pour les deux ressorts. En rotation, une rigidité  $k_\theta = 1000$  N·m/rad est choisie comme valeur de départ pour les appuis.

## 3.1 RECALAGE

### 3.1.1 FEMtools

#### Paramètres et réponses

La poutre est maillée avec des éléments à une dimension notés LINE2, formés de deux noeuds aux extrémités. Les éléments finis utilisés sont de type BEAM2D (poutre plane), utilisant les propriétés suivantes de la section de béton armé :

- IZ : moment d'inertie autour de l'axe de flexion ;
- AX : section transversale de la poutre ;
- AY : aire réduite de la poutre due aux efforts de cisaillement, prise égale à zéro.

Le seul matériau pouvant être utilisé avec les éléments de poutre type LINE2 est ISOTROPIC (matériau isotrope) avec les propriétés suivantes :

- RHO : la densité du matériau ;
- E : le module de Young ;
- NU : le coefficient de Poisson ;
- GE : l'amortissement du matériau, pris égal à zéro.

Les ressorts sont représentés comme des éléments POINT définissant leur position géométrique et sont de type SPRING permettant de définir les modules de rigidité dans chacune des directions d'intérêt :

- KY : rigidité verticale du ressort ;
- HZ : rigidité en rotation du ressort.

### Tri paramétrique à partir de l'analyse de sensibilité

Une analyse de sensibilité des fréquences propres par rapport aux paramètres, à partir des valeurs de départ, a été réalisée sur le modèle. Les résultats de cette analyse sont donnés à la figure 3.1. Les sensibilités de chaque mode est représenté par sa couleur. Ces résultats permettent de relever l'influence négligeable des paramètres 13 et 14 (composante rotationnelle des deux appuis) et la faible sensibilité des paramètres 1 et 10 (portions de la poutre en porte-à-faux) par rapport aux autres paramètres de la poutre.

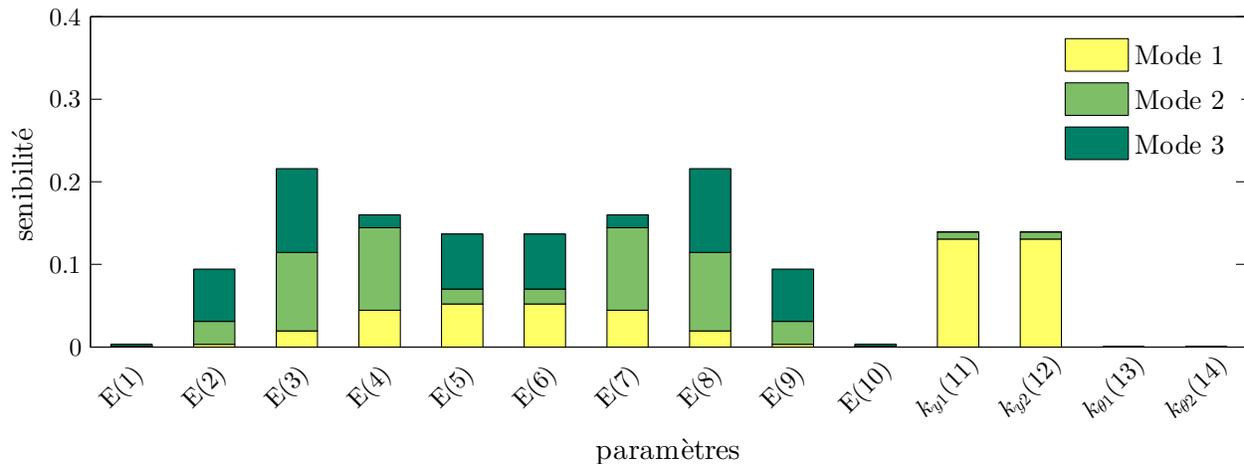


Figure 3.1 – Analyse de sensibilité du modèle préliminaire de la poutre PBA2.

Vue leurs faibles valeurs de sensibilité, les paramètres 1, 10, 13 et 14 ont été sortis des analyses de recalage en tant que paramètres de calcul. Le système poutre-appuis est ainsi réduit à 10 paramètres : huit pour la poutre (numérotés de 2 à 9) et deux pour les appuis (les deux rigidités verticales des ressorts notés 11 et 12).

### Analyse modale

À partir des valeurs initiales des paramètres, les matrices de rigidité et de masse ont été créées. La matrice de masse a été construite cohérente (non concentrée) [14]. Une analyse modale du système a été effectuée en utilisant le solveur de calcul de FEMtools. Pour s'assurer de retenir les bons modes, les dix (10) premiers modes numériques ont été extraits. Les valeurs des trois premières fréquences de flexion ainsi que leurs MAC obtenus entre les modes de flexion sont données respectivement aux tableaux 3.1 et 3.2.

Les trois modes numériques qui correspondent aux modes de flexion expérimentaux de la poutre sont ceux des rangs : 1, 4 et 5, comme on peut le voir au tableau 3.2.

On peut remarquer que les écarts entre les fréquences propres mesurées et numériques sont élevés, en particulier pour les 2 premiers modes. Aussi, même si les valeurs de MAC obtenues pour les modes 1 et 3 sont plutôt bonnes, ce n'est pas le cas pour le second mode de vibration.

La figure 3.2 reprend les informations des tableaux 3.1 et 3.2. La figure 3.2a illustre l'appariement entre les fréquences propres pour ces valeurs initiales des paramètres et la répartition des valeurs de MAC pour les modes en correspondance est reproduite à la figure 3.2b.

Tableau 3.1 – Comparaison des fréquences mesurées et obtenues avec le modèle à partir des valeurs initiales des paramètres

Rang des modes expérimentaux	Modèle EF (Hz)	Essai (Hz)	Écart (%)
1	25,34	29,48	-14,04
2	157,34	188,24	-16,42
3	303,83	295,73	2,74

Tableau 3.2 – MAC entre les déformées modales obtenues des essais (3) et du modèle numérique (10) à partir des valeurs initiales des paramètres

Modes EF ↓	Essais		
	1	2	3
1	<b>96,6</b>	2,8	0,1
2	0,7	2,0	0,0
3	4,0	20,9	7,8
4	0,1	<b>63,8</b>	0,1
5	0,1	7,7	<b>99,3</b>
6	0,2	10,2	0,2
7	0,1	1,1	11,0
8	0,0	9,0	0,0
9	0,2	1,0	7,5
10	0,2	12,0	0,0
Max	96,6	63,8	99,3

En observant les déformées modales on peut relever que, pour le mode 1, proche de l'appui de gauche, la déformée est mal évaluée numériquement (Figure 3.3a) et le mode 2 est dans son ensemble mal défini (Figure 3.3b). Seule la déformée du mode 3 (Figure 3.3c) est bien approchée avec ces valeurs des paramètres. On peut remarquer aussi que la dissemblance entre les déformées modales vient en grande partie des déplacements aux appuis, ce qui soutient l'influence marquée des paramètres liés aux rigidités des appuis.

### Recalage préliminaire

On procède à un premier recalage avec les valeurs initiales des paramètres. Dans cette première analyse, seules les rigidités des appuis seront considérées comme paramètres ; ainsi, le module de Young des différents éléments de la poutre vont garder la même valeur correspondant à la valeur initiale de 25,91 GPa. Aussi, les réponses retenues pour le recalage sont uniquement les trois fréquences propres mesurées. Ce choix permet, d'une part, de limiter le nombre de paramètres à optimiser, et d'autre part, d'utiliser les réponses dans lesquelles le niveau de confiance est plus élevé.

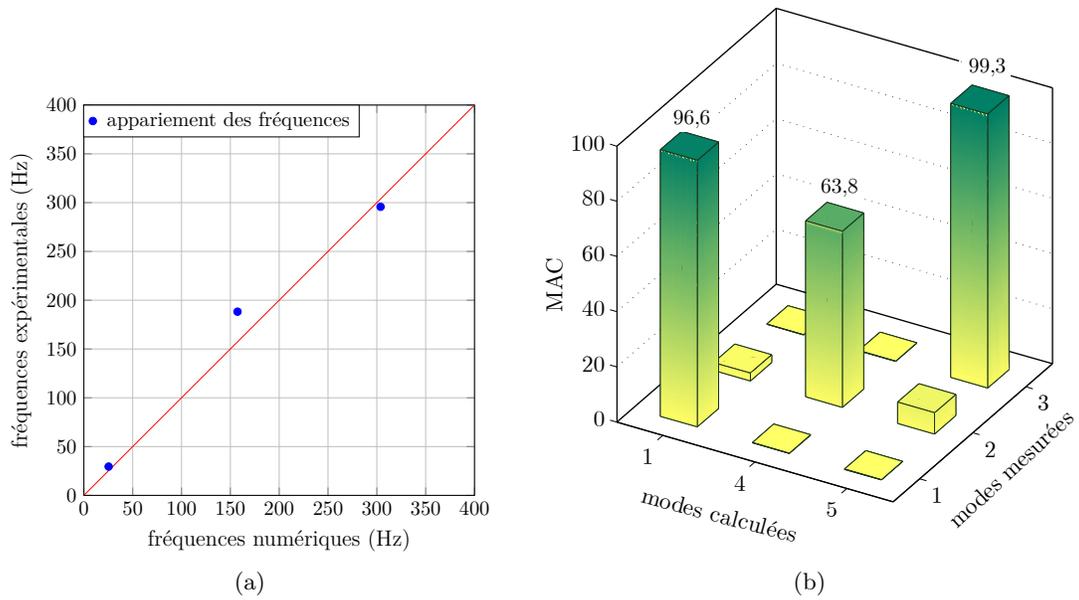


Figure 3.2 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA2 à partir avec des valeurs initiales des paramètres.

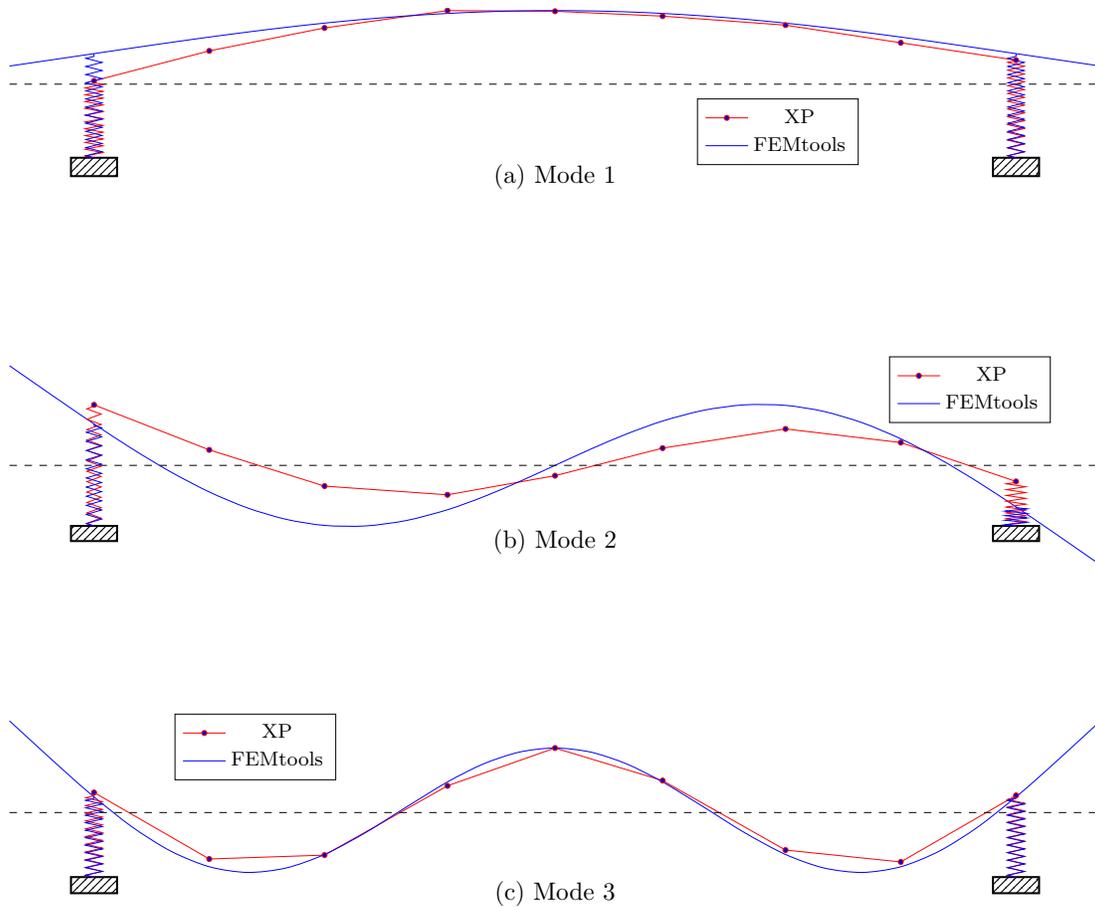


Figure 3.3 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 avec les valeurs initiales des paramètres.

Aussi, limiter le nombre de réponses à trois permet de ne pas avoir un ratio réponses/paramètres trop élevé [12].

En procédant à un recalage avec les options par défaut de FEMtools (pas de bornes spécifiées pour les paramètres, niveaux de confiance prédéfinis dans les paramètres et les réponses), on obtient les écarts entre les différentes réponses (Tableau 3.3 et Figure 3.4).

Tableau 3.3 – Réponses obtenues après le premier recalage

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	32,94 Hz	29,48 Hz	11,74
$f_2$	183,79 Hz	188,24 Hz	-2,36
$f_3$	305,46 Hz	295,73 Hz	3,29
MAC <sub>1</sub>	98,2%	100,0%	-1,8
MAC <sub>2</sub>	72,6%	100,0%	-27,4
MAC <sub>3</sub>	99,6%	100,0%	-0,4

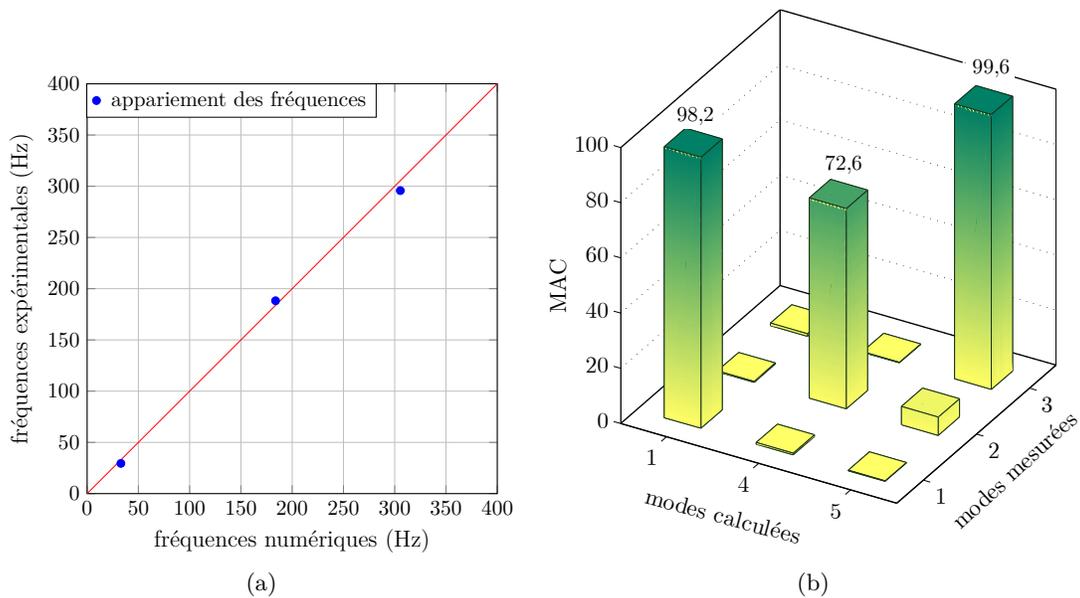


Figure 3.4 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage préliminaire.

L'évolution des paramètres, suite à ce recalage, est donnée au tableau 3.4.

Les déformées modales suite à ce recalage préliminaire sont comparées à leurs homologues expérimentales à la figure 3.5.

Plusieurs points sont à relever suite à cette analyse :

Tableau 3.4 – Évolution des paramètres après le premier recalage

Numéro du paramètre	Type	Ancienne valeur (N/m)	Nouvelle valeur (N/m)	Écarts relatifs (%)
11	$k_{y1}$	$1,0 \times 10^8$	$7,1 \times 10^8$	615
12	$k_{y2}$	$1,0 \times 10^8$	$7,1 \times 10^8$	615

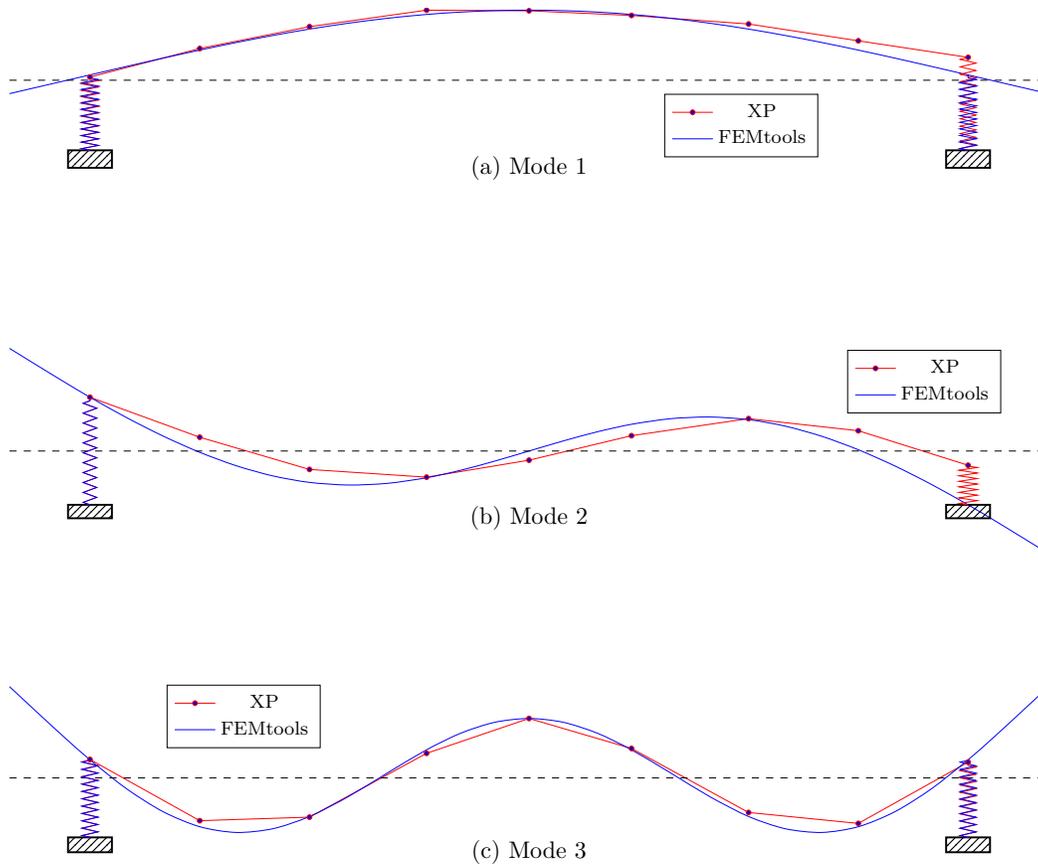


Figure 3.5 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage préliminaire.

- Les calculs n'ont pas convergé et ont stoppé en remplissant le critère fixé sur le nombre d'itérations maximal.
- Comme on peut le voir au tableau 3.3, la première fréquence naturelle est encore loin de la valeur cible de près de 12%. Seule la solution de la deuxième fréquence s'est améliorée par rapport à la réponse expérimentale.
- Au niveau des valeurs de corrélation entre les vecteurs correspondants (les MAC), le deuxième

mode demeure mal défini par rapport à la déformée cible. Ceci est aussi observable à la figure 3.5b, où les courbes sont mieux corrélées par rapport à la figure 3.3b, mais demeurent tout de même incorrectes.

- Cette approche aboutit à des solutions similaires peu importe la valeur utilisée comme estimation de départ pour la rigidité des appuis. Donc, en prenant les estimations des paramètres obtenues après le recalage et en les utilisant comme valeurs de départ d'une nouvelle analyse, la nouvelle solution ne sera pas améliorée. Le problème vient du fait qu'une même valeur de départ est utilisée pour les rigidités des deux appuis. Comme le modèle utilisé est symétrique d'un appui à l'autre, si la même rigidité est utilisée pour les deux appuis, l'algorithme de recalage tend à garder cette égalité dans les rigidités au détriment d'une amélioration de la solution. L'algorithme trouve la meilleure adéquation possible avec les réponses données en faisant varier de la même valeur les rigidités des appuis.
- Sachant que l'un des appuis (appui 1, paramètre 11) est plus rigide que l'autre (appui 2, paramètre 12), cette différence devrait se refléter lors des estimations initiales des rigidités des appuis.

### Nouveau recalage préliminaire

Ainsi, la rigidité de l'appui 1 sera d'un ordre de grandeur supérieur à celle retenue pour l'appui 2. En prenant la rigidité de l'appui 1 dix fois celle de l'appui 2 ( $k_{y1} = 10^9$  N/m et  $k_{y2} = 10^8$  N/m) on lance la même analyse. Au fait, les valeurs choisies pour ces paramètres importent peu, pour autant qu'elles soient d'un ordre de grandeur approximatif de la rigidité des appuis et que le rapport entre les rigidités des appuis reste raisonnable.

Les résultats qui suivent ont été obtenus de l'analyse ayant convergé après quatre itérations. Les résultats de la figure 3.6 correspondent aux nouvelles valeurs pour les paramètres données dans le tableau 3.5.

On peut noter l'amélioration remarquable de la solution suite au choix cohérent des valeurs initiales (Figure 3.7). Comme il était dit antérieurement, d'autres analyses suivant la même logique dans le choix des valeurs initiales ont abouti au même résultat.

Bien que les réponses obtenues soient proches des valeurs cibles, il y a lieu de les améliorer en utilisant les autres paramètres et/ou réponses existants.

Tableau 3.5 – Évolution des paramètres après le premier recalage à partir de valeurs initiales rationnelles

Numéro du paramètre	Type	Ancienne valeur (N/m)	Nouvelle valeur (N/m)	Écarts relatifs (%)
11	$k_{y1}$	$1,0 \times 10^9$	$9,4 \times 10^8$	-6
12	$k_{y2}$	$1,0 \times 10^8$	$1,3 \times 10^8$	32

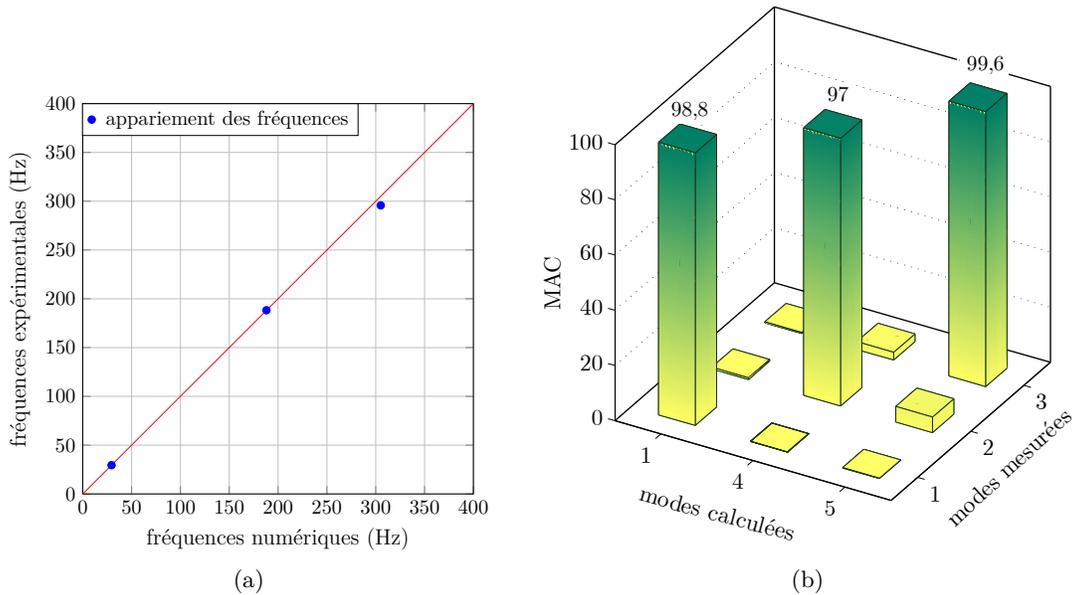


Figure 3.6 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage préliminaire à partir de choix judicieux des valeurs initiales.

### Raffinement du recalage

À ce stade, on dispose d'un modèle reproduisant assez bien les réponses observées lors des essais expérimentaux. Cependant, un recalage plus fin peut être obtenu (ou du moins tenté) en exploitant d'autres données disponibles.

En introduisant les huit paramètres liés à la rigidité des tronçons de béton armé de la poutre, on espère bonifier le modèle et être en meilleure adéquation avec les réponses expérimentales. On aboutit à un total de 10 paramètres et, pour équilibrer le ratio paramètres/réponses, on rajoute comme réponses les MAC des trois modes numériques par rapport à leurs correspondants expérimentaux. Bien sûr, vu que le nombre de réponses a doublé, les valeurs de  $CC_{TOT}$  liées à la convergence du processus vont aussi en augmentant puisque le  $CC_{TOT}$  est formé de sommes de termes absolus.

Dans cette analyse, on se sert des estimations des paramètres de rigidité des appuis obtenus précédemment, soit  $k_{y1} = 9,4 \times 10^8$  N/m et  $k_{y2} = 1,3 \times 10^8$  N/m. Le module de Young de la poutre est encore pris à sa valeur initiale. Les niveaux de confiance dans les paramètres ainsi que dans les réponses sont laissés tels que prédéfinis, soit 25 % pour les paramètres, 1 % pour les fréquences propres et 10 % pour les MAC.

Les nouvelles réponses numériques obtenues après ce recalage sont comparées à leurs correspondantes expérimentales. Comme il peut-être mis en évidence au tableau 3.6, le nouveau modèle donne des solutions quasi identiques aux données expérimentales.

De même, cette concordance peut-être relevée en comparant les déformées modales (Figure 3.8). Puisque la contiguïté visuelle entre les déformées était déjà convenable, elle semble demeurer identique.

Les nouvelles valeurs des paramètres issues de ce recalage raffiné sont présentées au tableau 3.7.

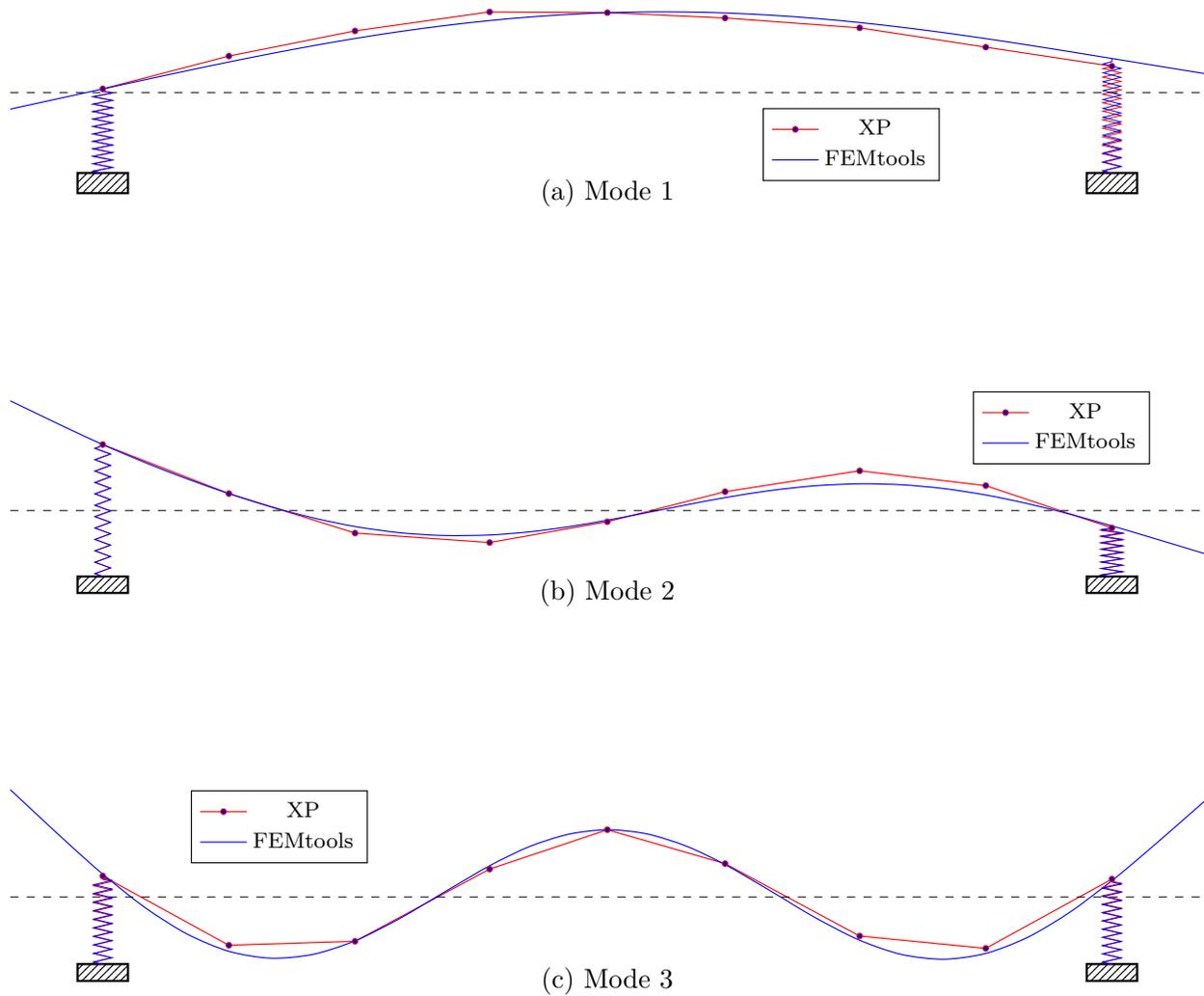


Figure 3.7 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage préliminaire à partir d'un choix judicieux des valeurs initiales.

Les rigidités des appuis ont peu évolué, mais les valeurs du module de Young le long de la poutre ont amplement varié. En effet, l'écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux tronçons de la poutre est supérieur à 25 %. La poutre, n'ayant subi aucune sollicitation à cette étape, ne devrait pas exhiber un si grand décalage de rigidité entre ses sections. Bien que les réponses numériques et expérimentales semblent coïncider avec cet ensemble de valeurs des paramètres, cette solution ne peut être retenue.

Tableau 3.6 – Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,48 Hz	29,48 Hz	$-2,4 \times 10^{-3}$
$f_2$	188,21 Hz	188,24 Hz	$1,6 \times 10^{-2}$
$f_3$	295,77 Hz	295,73 Hz	$-1,2 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	99,05%	100,00%	0,95
MAC <sub>2</sub>	97,36%	100,00%	2,64
MAC <sub>3</sub>	99,63%	100,00%	0,37

Tableau 3.7 – Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,40 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,47 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,97 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,34 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,29 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,90 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,46 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$9,41 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,39 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

### Nouveau raffinement du recalage

Vu que l'on désire limiter les variations du module de Young le long de la poutre, on modifie la dispersion permise pour ces paramètres. Cela revient à imposer à l'algorithme de recalage de limiter les variations des valeurs de  $E$  tout en diminuant l'écart entre les réponses. La valeur du niveau de confiance dans les paramètres étant par défaut de 25 %, une nouvelle valeur inférieure sera imposée. Plusieurs essais peuvent être nécessaire pour ce choix, car il s'agit de trouver un équilibre entre des réponses qui concordent autant que possible tout en ayant des paramètres ayant un sens physique et réaliste. Des analyses ont été menées avec des niveaux de confiance valant 10 %, 5 %, 2 % et 1 %. La solution retenue correspond à un niveau de dispersion de 2 % pour les paramètres associés au module de Young. Aussi, une dispersion de 5 % est permise pour les paramètres de rigidité des appuis.

Les réponses découlant de cette analyse sont présentées au tableau 3.8. Les écarts sont plutôt satisfaisants.

Les valeurs des paramètres pour le recalage final de la poutre PBA2 sont rapportées dans le tableau 3.9. L'écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux tronçons de la poutre est de l'ordre de 5 %. Le modèle de la poutre PBA2 est recalé.

Malgré qu'on arrive pas à avoir une solution aussi précise que précédemment, cette configuration

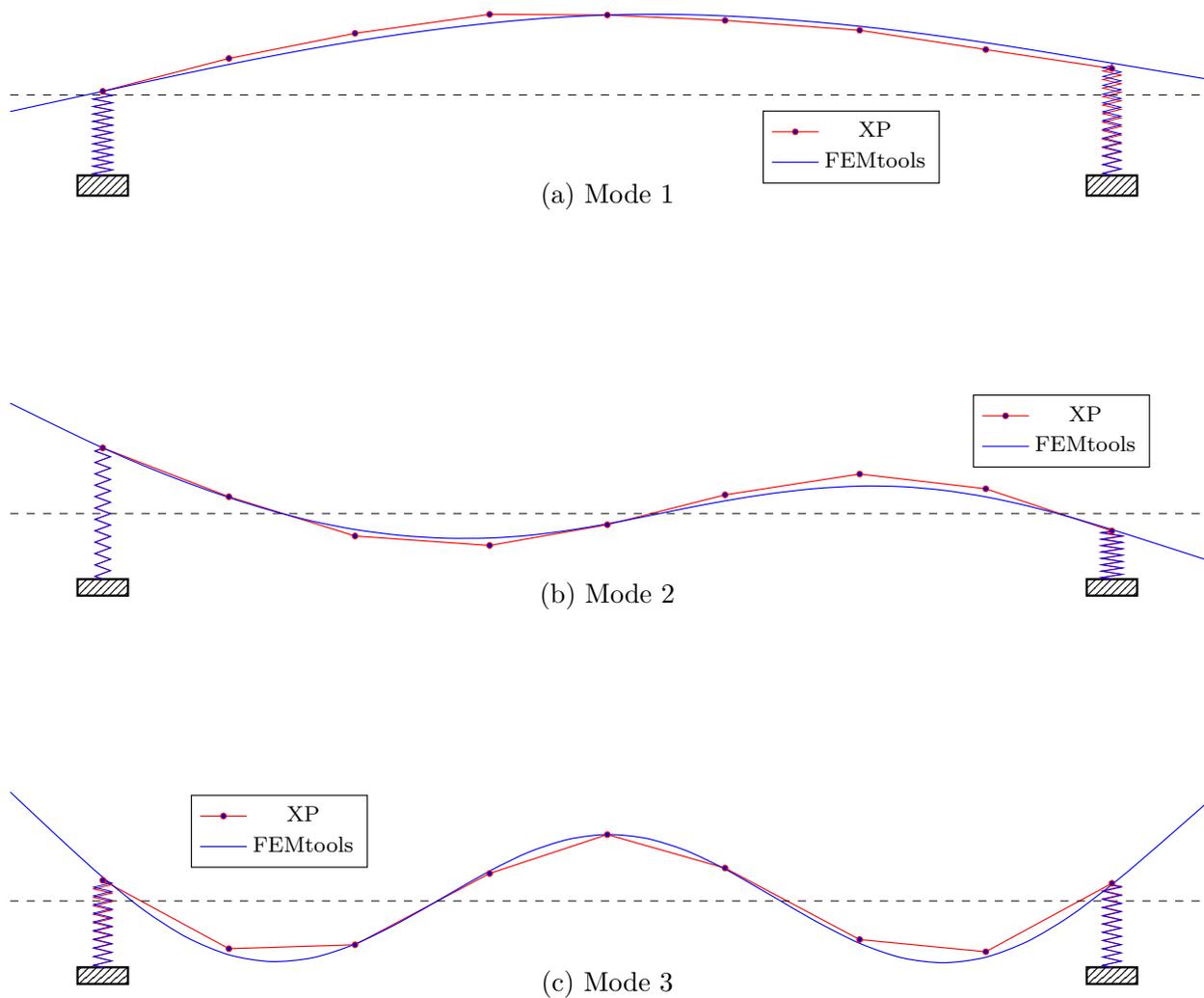


Figure 3.8 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage fin avec les niveaux de confiance par défaut.

de calcul est retenue car, elle consiste un bon compromis entre des valeurs de paramètres acceptables et une bonne approximation des réponses découlées des mesures.

**Remarque** Bien qu'on procède à un raffinement du recalage du modèle, l'idée n'est pas d'arriver à un niveau d'extrême précision, mais plutôt d'éliminer autant que possible des erreurs de modélisation tout en étant conscient qu'on travaille avec un modèle qui, par essence, est une simplification du spécimen réel. Aussi, rechercher une justesse dans les réponses ne garantit pas une amélioration dans le modèle, car les données expérimentales sont entachées d'erreurs. D'ailleurs, il n'est pas logique d'essayer d'obtenir un ordre de précision qui est en deçà de l'ordre des erreurs de mesure.

Tableau 3.8 – Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les dispersions imposées

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	29,44 Hz	29,48 Hz	$-1 \times 10^{-1}$
$f_2$	188,12 Hz	188,24 Hz	$-7 \times 10^{-2}$
$f_3$	298,61 Hz	295,73 Hz	$9 \times 10^{-1}$
MAC <sub>1</sub>	99,1%	100,0%	-0,9
MAC <sub>2</sub>	95,8%	100,0%	-4,2
MAC <sub>3</sub>	99,6%	100,0%	-0,4

Tableau 3.9 – Nouvelles valeurs des paramètres après le deuxième recalage. Elles correspondent au modèle PBA2 recalé

Type	Numéro	Valeur
E	2	$2,49 \times 10^{10}$ Pa
E	3	$2,44 \times 10^{10}$ Pa
E	4	$2,58 \times 10^{10}$ Pa
E	5	$2,50 \times 10^{10}$ Pa
E	6	$2,50 \times 10^{10}$ Pa
E	7	$2,58 \times 10^{10}$ Pa
E	8	$2,44 \times 10^{10}$ Pa
E	9	$2,49 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$9,63 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,40 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

### 3.1.2 Outil Matlab

#### Paramètres et réponses

La poutre est maillée avec des éléments à une dimension (1D). Les éléments finis utilisés sont de type poutre-colonne plan à deux nœuds. Ce type d'élément est utilisé pour la modélisation de pièces structurales résistant à la flexion et aux forces axiales. L'élément possède trois degrés de liberté par nœud : deux translations et une rotation. Les nœuds des éléments coïncident avec ceux utilisés sous FEMtools.

Les propriétés suivantes sont utilisées pour les caractéristiques de la section de béton armé :

- le moment d'inertie autour de l'axe de flexion ;
- la section transversale de la poutre ;
- la densité du matériau ;
- le module de Young.



où  $w_\lambda$  donne le poids relatif des valeurs propres par rapport aux modes et la valeur  $\phi_{max}^{mes}$  est l'amplitude maximale de tous les modes propres mesurés.

Dans l'algorithme de l'UdeS, le choix du paramètre de régularisation est basé sur la validation croisée généralisée (GCV : *generalized cross-validation*) [13]. La fonction de validation croisée généralisée est essentiellement une norme du résidu modifié, qui donne une estimation fort précise du coefficient de régularisation optimal [7]. Le nombre d'itérations de Gauss-Newton utilisé pour déterminer le coefficient de régularisation optimal basé sur la validation croisée généralisée est noté  $N_{GCV}$  et est un élément de la configuration de calcul.

Concernant la configuration de calcul, une valeur  $N_{GCV} = 50$  est choisie pour le calcul. En prenant  $w_\lambda = 10$ , on accorde 10 fois plus de poids aux fréquences propres qu'aux déformées modales.

À la fin de l'analyse de recalage préliminaire, les valeurs des paramètres trouvées sont énumérées dans le tableau 3.10. Les paramètres ont évolué dans le bon sens pour être du même ordre de grandeur que les valeurs des appuis recalés avec FEMtools.

Tableau 3.10 – Évolution des paramètres après le premier recalage avec l'outil Matlab

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$k_{y1}$	11	$9,42 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$
$k_{y2}$	12	$1,32 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$

Les réponses listées au tableau 3.11 sont montrées à la figure 3.9. On peut remarquer que les deux premières fréquences propres ont été bien approchées, avec une nette amélioration de la deuxième fréquence, comme esquissé à la figure 3.9a.

Tableau 3.11 – Réponses obtenues après le premier recalage avec l'outil Matlab

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	29,48 Hz	29,48 Hz	$3,4 \times 10^{-3}$
$f_2$	188,01 Hz	188,24 Hz	$1,3 \times 10^{-1}$
$f_3$	305,11 Hz	295,73 Hz	-3,2
MAC <sub>1</sub>	98,85%	100,00%	1,15
MAC <sub>2</sub>	96,99%	100,00%	3,01
MAC <sub>3</sub>	99,65%	100,00%	0,35

Les déformées modales apparaissent à la figure 3.10. Comme annoncé au tableau 3.11 avec un MAC de 99,65 %, la déformée du 3<sup>e</sup> mode est contiguë à la déformée expérimentale aux points de mesure (Figure 3.10c). Le mode 1 (Figure 3.10a) diverge visiblement au niveau de l'appui de droite, même si son MAC est de l'ordre de 99 %.

### Raffinement du recalage

On introduit les huit paramètres liés à la rigidité des tronçons de béton armé de la poutre, aboutissant à un total de 10 paramètres. Dans cette nouvelle analyse, on se sert des estimations

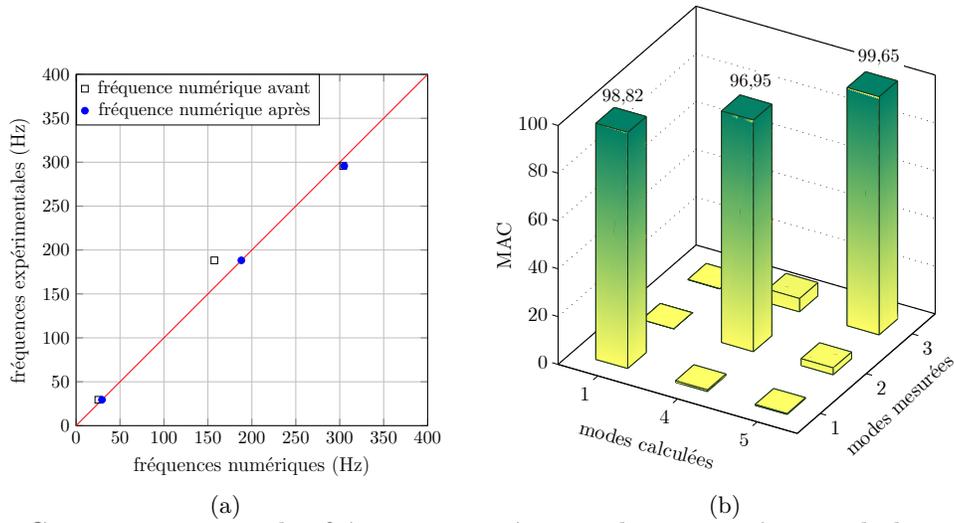


Figure 3.9 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage préliminaire.

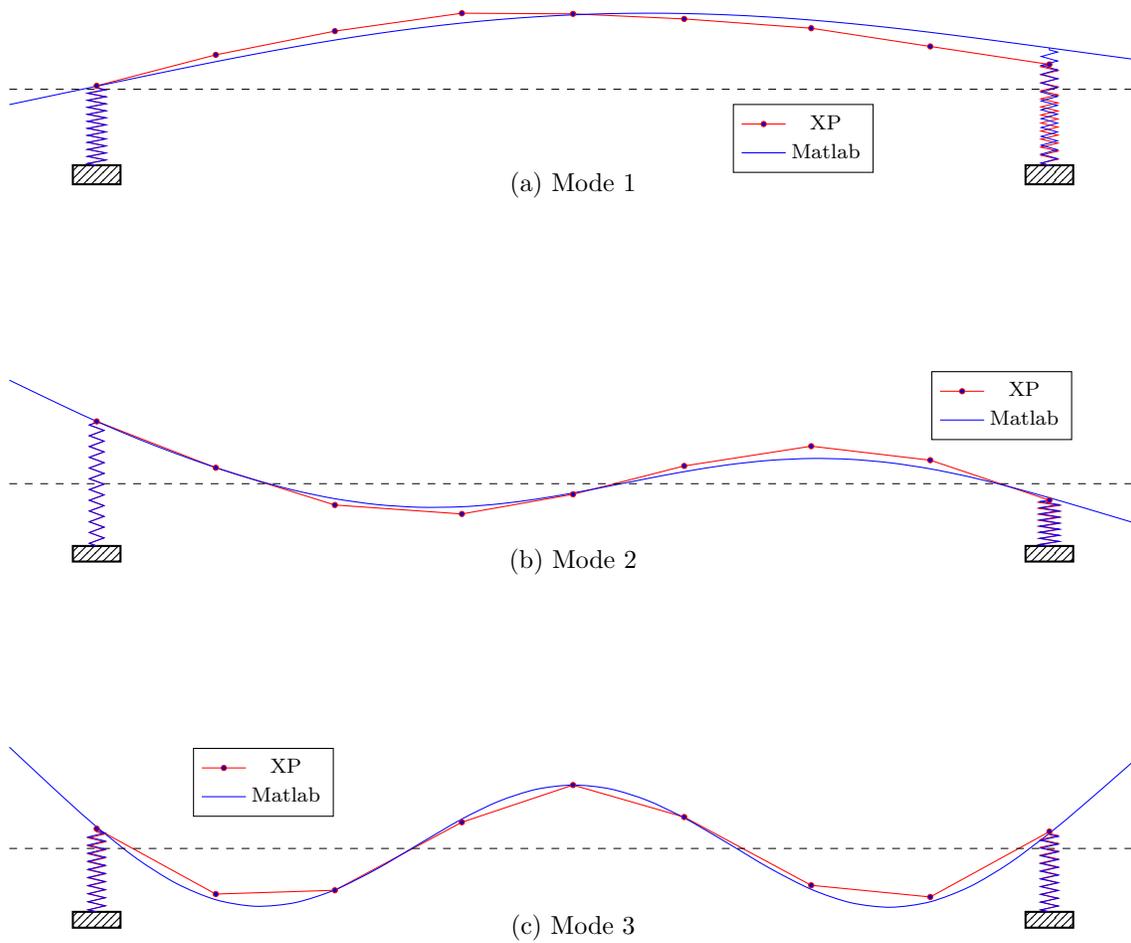


Figure 3.10 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage préliminaire.

des paramètres de rigidité des appuis obtenus précédemment, soit  $k_{y1} = 9,42 \times 10^8$  N/m et  $k_{y2} = 1,32 \times 10^8$  N/m. Le module de Young de la poutre est encore pris à sa valeur initiale. Le facteur de pondération  $w_\lambda$  est encore pris égal à 10.

Les nouvelles réponses numériques obtenues après ce recalage sont comparées à leurs correspondantes expérimentales (Tableau 3.12 et Figures 3.11 et 3.12). Comme il peut-être mis en évidence au tableau 3.12, le nouveau modèle donne des solutions très proches des données expérimentales. La 3<sup>e</sup> fréquence s'est visiblement améliorée (Figure 3.11a) et l'écart s'est réduit au niveau de l'appui de droite pour le premier mode (Figure 3.12a).

Tableau 3.12 – Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,48 Hz	29,48 Hz	$9,9 \times 10^{-4}$
$f_2$	188,24 Hz	188,24 Hz	$-4,4 \times 10^{-6}$
$f_3$	295,73 Hz	295,73 Hz	$3,2 \times 10^{-4}$
MAC <sub>1</sub>	99,08%	100,00%	0,92
MAC <sub>2</sub>	96,50%	100,00%	3,50
MAC <sub>3</sub>	99,63%	100,00%	0,37

Les nouvelles valeurs des paramètres issues de ce recalage raffiné sont présentées au tableau 3.13. Comme avec FEMtools, les valeurs du module de Young le long de la poutre ont considérablement varié. En effet, l'écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux tronçons de la poutre est de l'ordre de 16 %. Bien que les réponses numériques et expérimentales semblent coïncider avec cet ensemble de valeurs des paramètres, cette solution devra être améliorée. On procédera à un nouveau recalage pour tenter d'obtenir des valeurs acceptables.

### Nouveau raffinement du recalage

Il serait souhaitable de pouvoir, comme avec FEMtools, limiter les variations du module de Young le long de la poutre, en utilisant des niveaux de confiance dans les valeurs de paramètres qui y sont liés. Malheureusement, l'algorithme Matlab n'offre pas cette approche. Au mieux, on peut limiter de façon brute la variation d'un paramètre, au travers d'un certain facteur. Ce facteur ne correspond pas au « scatter » de FEMtools qui est une valeur statistique et qui utilise l'estimation bayésienne du paramètre pour recalculer un modèle.

En appliquant une restriction brute sur les paramètres liés au module de Young de la poutre, on obtient les réponses présentées au tableau 3.14 et à la figure 3.13.

En comparant l'évolution des paramètres au tableau 3.15, on obtient un écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux tronçons de la poutre de l'ordre de 10 %. Puisqu'on s'était fixé une variation maximale de l'ordre de 5 %, ce modèle ne sera pas accepté. Les paramètres trouvés avec FEMtools (Tableau 3.9) seront utilisés comme paramètres de recalage de la poutre PBA2.

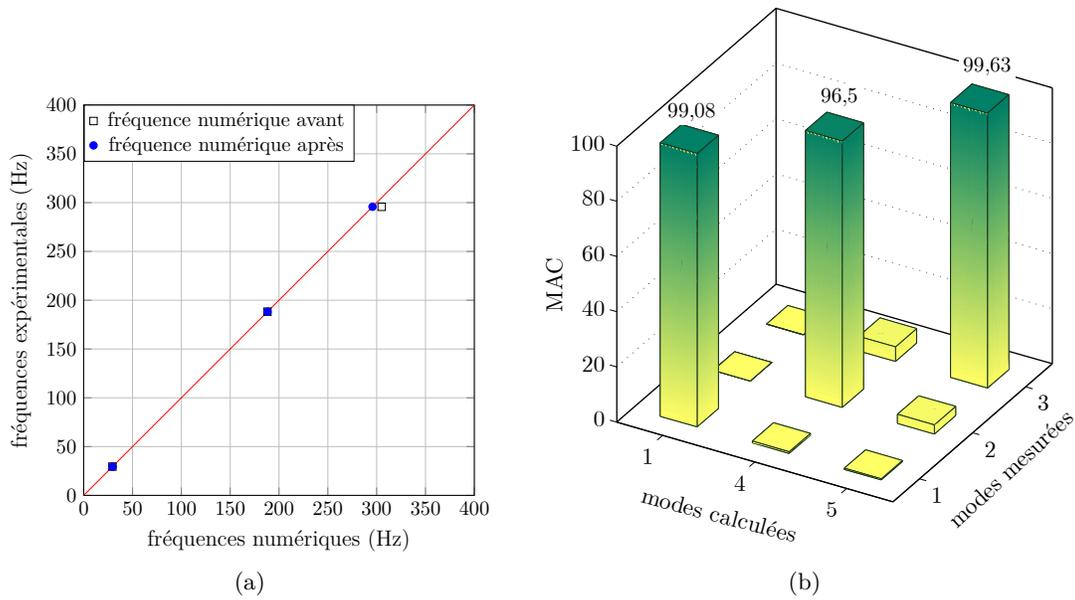


Figure 3.11 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage en rajoutant les paramètres liés aux modules de Young de la poutre.

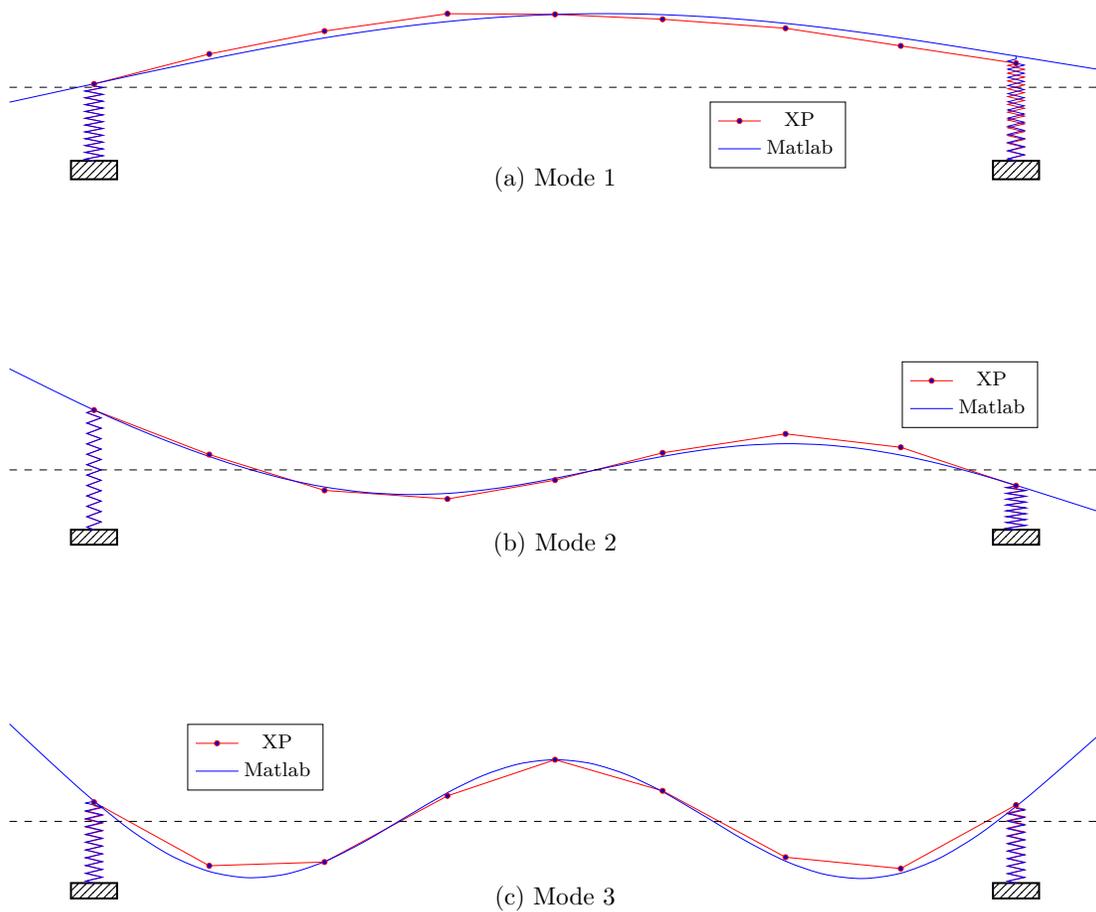


Figure 3.12 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage en rajoutant les paramètres liés aux modules de Young de la poutre.

Tableau 3.13 – Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
E	2	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
E	3	$2,43 \times 10^{10}$ Pa
E	4	$2,80 \times 10^{10}$ Pa
E	5	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
E	6	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
E	7	$2,77 \times 10^{10}$ Pa
E	8	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
E	9	$2,39 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$9,56 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,40 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

Tableau 3.14 – Réponses obtenues après le deuxième recalage avec des restrictions sur les  $E$ 

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	29,41 Hz	29,48 Hz	$2,5 \times 10^{-1}$
$f_2$	188,00 Hz	188,24 Hz	$1,3 \times 10^{-1}$
$f_3$	295,60 Hz	295,73 Hz	$4,4 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	99,12%	100,00%	0,88
MAC <sub>2</sub>	95,22%	100,00%	4,78
MAC <sub>3</sub>	99,59%	100,00%	0,41

Tableau 3.15 – Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec des restrictions sur les  $E$ 

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
E	2	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
E	3	$2,34 \times 10^{10}$ Pa
E	4	$2,59 \times 10^{10}$ Pa
E	5	$2,52 \times 10^{10}$ Pa
E	6	$2,52 \times 10^{10}$ Pa
E	7	$2,59 \times 10^{10}$ Pa
E	8	$2,36 \times 10^{10}$ Pa
E	9	$2,43 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$9,69 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,40 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

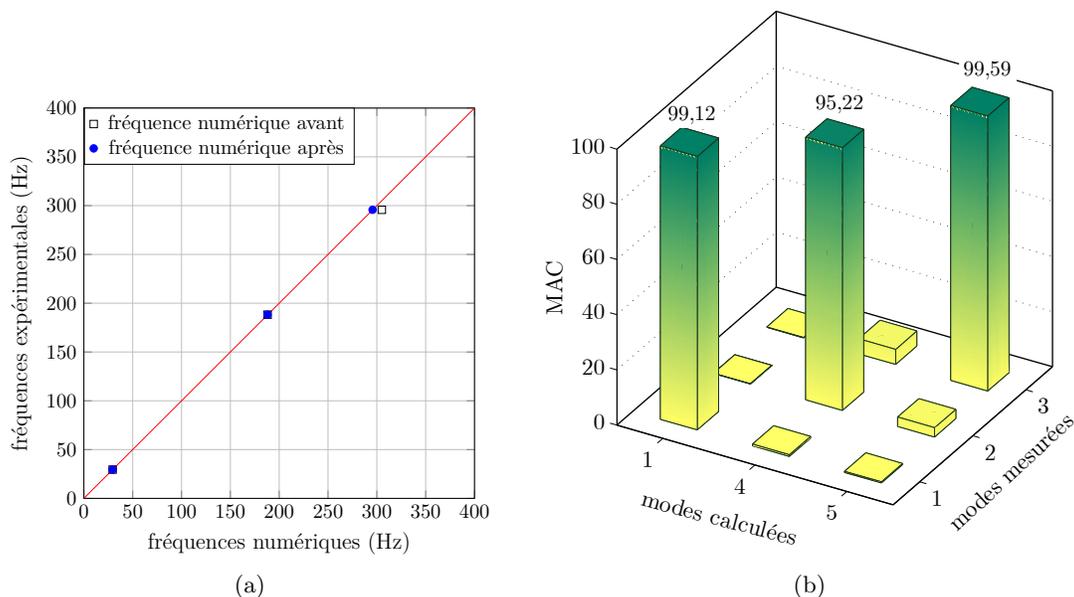


Figure 3.13 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après un recalage en limitant les variations de  $E$  le long de la poutre.

## 3.2 DÉTECTION D'ENDOMMAGEMENT

Une fois le modèle de la poutre recalé, il peut être utilisé pour détecter d'éventuels endommagements de la structure par rapport à sa configuration de référence.

### 3.2.1 Analyse de sensibilité

La sensibilité des fréquences propres par rapport aux paramètres évaluée initialement (Figure 3.1) peut avoir changé avec les nouvelles valeurs de paramètres. Il est donc nécessaire de procéder à une nouvelle analyse de sensibilité pour choisir les paramètres à utiliser dans le processus d'identification paramétrique.

Avec les paramètres du modèle calibré on trouve le nouveau profil de sensibilité des fréquences propres par rapport aux paramètres comme indiqué à la figure 3.14. Comme on peut le voir, l'influence des paramètres 13 et 14 est toujours négligeable et la sensibilité des paramètres 1 et 10 est très faible. Aussi, on peut remarquer des variations de la sensibilité totale de la plupart paramètres.

Cette nouvelle analyse met aussi en lumière les nouvelles portées de participation à chaque fréquence propre. En effet, le paramètre 11 est devenu beaucoup plus sensible au 2<sup>e</sup> mode au contraire d'avant le recalage. Et pour tous les autres paramètres leurs sensibilités par rapport au 2<sup>e</sup> mode ont diminué alors qu'elles ont augmenté pour le 1<sup>er</sup> mode.

## 3.3 DÉTECTION D'ENDOMMAGEMENTS SIMULÉS

Avant de faire des analyses de détection d'endommagements réels subis par la poutre, il est opportun de vérifier, au préalable, si les outils arrivent à prédire des endommagements imposés numériquement. Le modèle de référence correspond au modèle calibré à la section 3.1 et est utilisé

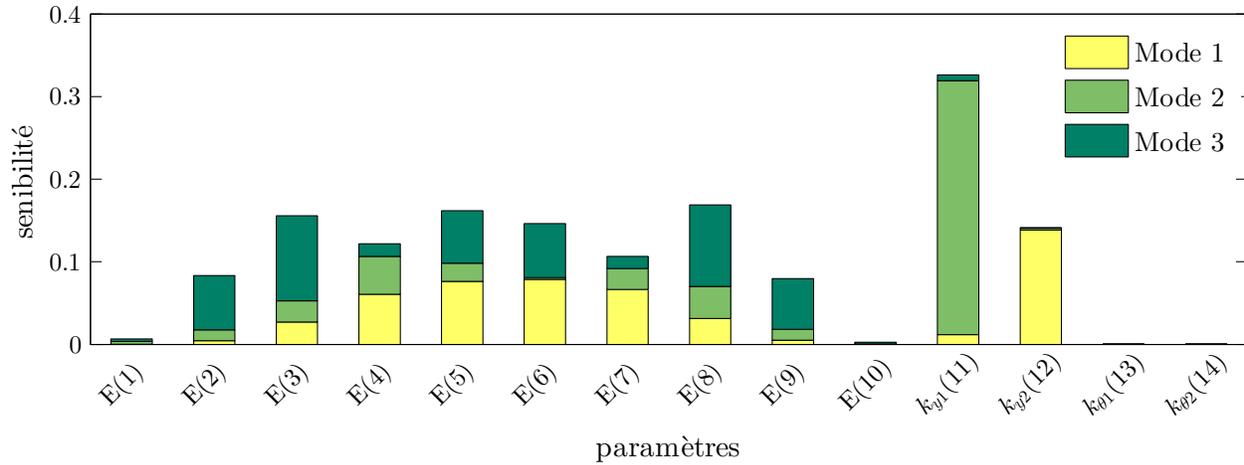


Figure 3.14 – Analyse de sensibilité du modèle recalé de la poutre PBA2.

pour l'analyse de détection d'endommagements simulés. Ce modèle correspond à l'état initial et est exempt de dommage.

On utilise les trois modes de vibration déterminés numériquement de rang 1, 4 et 5 pour représenter les fréquences propres mesurées. Les mêmes points de mesures expérimentales (9) servent à définir les déformées modales simulées. La procédure suit l'approche décrite à la section 2.2.5.

Les profils d'endommagements simulés, qui sont appliqués, rentrent dans l'une ou l'autre de ces catégories :

- Endommagements ponctuels, localisés sur un ou des paramètres non contigus de la poutre, sans modification des appuis.
- Endommagements répartis sur des paramètres adjacents de la poutre, sans modification des appuis.
- Modification des rigidités des appuis, séparément ou conjointement mais avec des intensités différentes, les paramètres de la poutre restant intacts.
- Une combinaison des endommagements des paramètres de la poutre et de modification des paramètres des appuis.

Pour chacun des cas types, trois niveaux d'endommagement sont imposés :

- faible : de l'ordre de 2 % sur les paramètres de la poutre et 5 % sur les paramètres des appuis, pour éprouver le degré de détectabilité des outils ;
- moyen : de l'ordre de 30 % sur les paramètres de la poutre et 50 % sur les paramètres des appuis ;
- extrême : jusqu'à 70 % sur les paramètres de la poutre et une augmentation de 200 % sur les paramètres des appuis.

Un total de 36 scénarios ont été simulés. Plusieurs alternatives d'analyses ont été effectuées tant avec FEMtools que Matlab.

Sous FEMtools, les démarches comprennent :

- l'utilisation des options par défaut de FEMtools : où aucune borne n'est spécifiée pour les paramètres et les niveaux de confiance dans les paramètres et les réponses correspondent aux valeurs par défaut du logiciel ;

- le fait que la rigidité de la poutre ne peut que diminuer, on impose des bornes supérieures sur les valeurs de modules de Young des sections de béton (`upper = 0`);
- l'absence d'erreurs de mesure dans les résultats permet d'augmenter le niveau de confiance dans les réponses;
- le choix des réponses. Aux trois fréquences propres étaient ajoutées soit les valeurs des MAC, soit les déformées modales aux points de mesure.

Avec l'outil Matlab, les approches concernent :

- les valeurs du  $N_{GCV}$ . Après plusieurs analyses, une valeur de  $N_{GCV} = 80$  a été choisie, bien que des valeurs de  $N_{GCV} = 40$  ou  $60$  donnaient de bons résultats dans certains cas.
- le poids relatif du niveau de confiance des valeurs propres par rapport aux déformées modales, caractérisé par le coefficient  $w_\lambda$  (équation (2.6) de [2]). Plus  $w_\lambda$  est élevé, plus on accorde de confiance aux fréquences naturelles par rapport aux déformées modales. Les trois valeurs choisies sont : 10, 1 ou 0,1.

Seulement quelques résultats pertinents sont reproduits dans ce chapitre. Autant que possible, ces résultats représentent l'ensemble des cas similaires traités (soit en termes de niveau d'intensité imposé, soit en termes de paramétrage de calcul). L'accent sera mis sur des cas particuliers survenant durant cette série d'analyses.

Sur les figures 3.15-3.17 sont affichés les facteurs de modification de la rigidité de chacun des paramètres par rapport à leur état de référence. Les paramètres sont notés à la fois par leur type ( $E$  ou  $k_y$ ) que par leur numérotation. La vraie modification imposée aux paramètres est tracée avec une ligne rouge, permettant de comparer les résultats obtenus avec les deux outils avec les valeurs exactes.

Dans les résultats présentés dans cette section, on interdit l'augmentation des valeurs de modules de Young des sections de béton sous FEMtools (`upper = 0`), mais les rigidités des appuis sont laissées sans contraintes. Aussi, on utilise les déformées modales comme réponses en lieu et place des valeurs de MAC. Avec l'outil Matlab, le coefficient  $w_\lambda$  est pris égal à 0,1, soit une grande confiance accordée aux déformées modales. Ceci se justifie par la connaissance d'absence de bruit dans les réponses, même si dans la réalité c'est une source plutôt élevée d'erreurs de mesure.

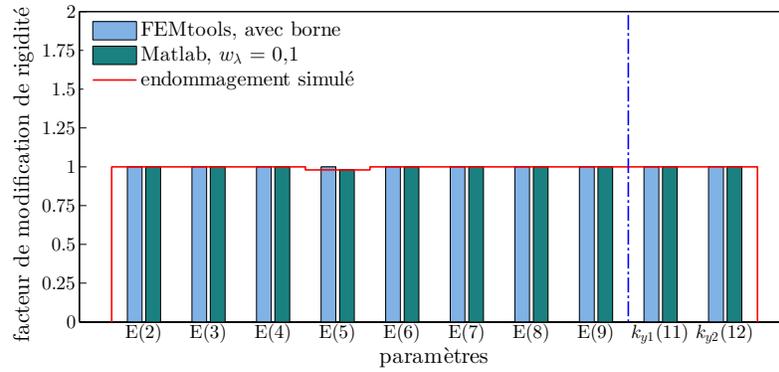
### 3.3.1 Faible niveau d'endommagement

Trois analyses avec un faible niveau d'endommagement sont présentées à la figure 3.15. On y retrouve un endommagement de 2 % imposé sur un élément isolé (Figure 3.15a), un profil réparti d'endommagement sur les éléments de poutre (Figure 3.15b) et une augmentation de la rigidité d'un des appuis (Figure 3.15c).

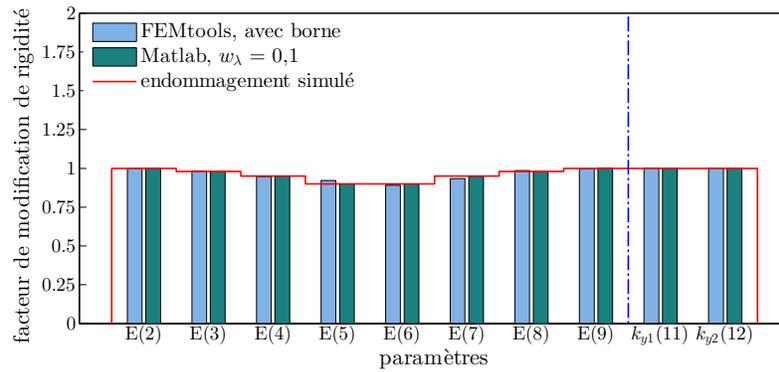
On peut remarquer que FEMtools n'arrive pas à détecter le faible endommagement imposé localement (Figure 3.15a). FEMtools le considère probablement comme étant un bruit autour de l'état de départ. Quand l'endommagement est réparti sur plusieurs éléments adjacents, FEMtools prédit les bons niveaux imposés (Figure 3.15b). La solution est aussi satisfaisante quand un endommagement faible est imposé aux appuis (Figure 3.15c).

L'outil Matlab arrive à précisément reproduire les états d'endommagements de faible intensité imposés tant localisés que répartis le long de la poutre, ainsi que sur les paramètres des appuis (Figure 3.15a-3.15c).

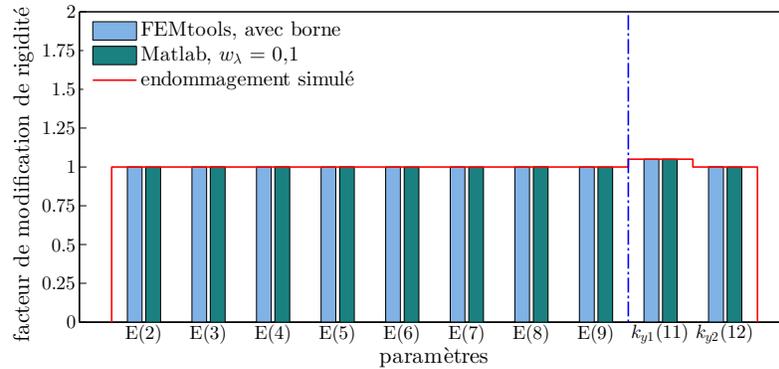
Ces observations reflètent l'ensemble des scénarios de faible intensité d'endommagement simulés pour quasiment toutes les configurations examinées.



(a) Endommagement localisé de faible intensité



(b) Endommagement diffus de faible intensité



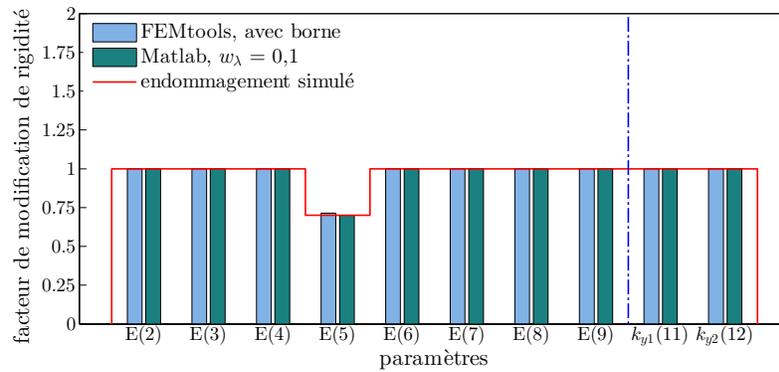
(c) Faible endommagement des appuis

Figure 3.15 – Exemples d'endommagements faibles simulés.

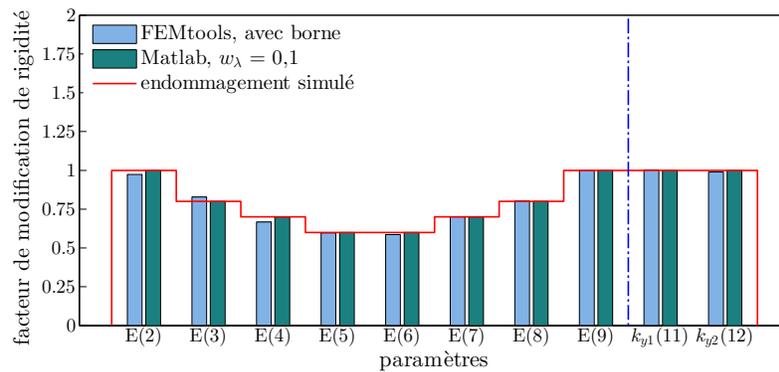
### 3.3.2 Niveau moyen d'endommagement

Les mêmes schémas d'endommagement mais avec un niveau moyen sont montrés à la figure 3.16.

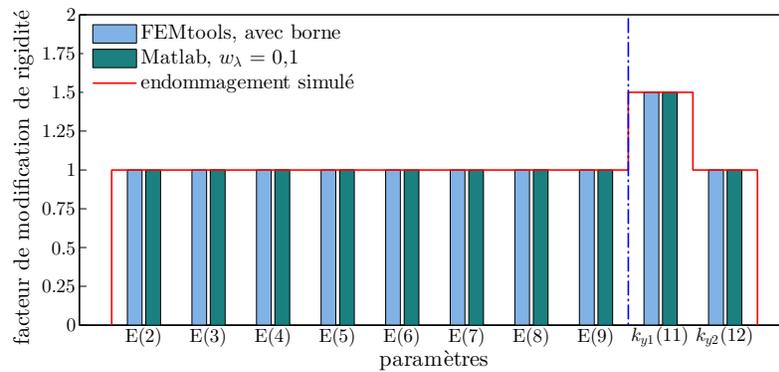
FEMtools autant que l'outil Matlab arrive à bien reproduire les états d'endommagements imposés tant localisés que répartis le long de la poutre, ainsi que sur les paramètres des appuis (Figure 3.16a-3.16c). Les imprécisions de FEMtools sont relativement légères.



(a) Endommagement localisé de moyenne intensité



(b) Endommagement diffus de moyenne intensité



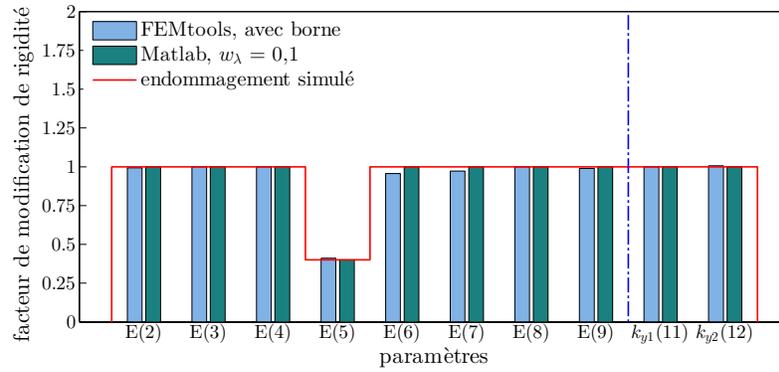
(c) Niveau moyen d'endommagement des appuis

Figure 3.16 – Exemples d'endommagements de niveau moyen simulés.

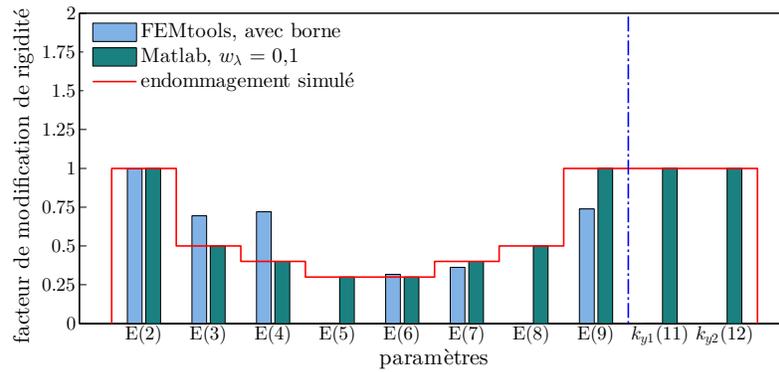
### 3.3.3 Niveau élevé d'endommagement

Des niveaux d'endommagement extrême sont imposés avec les mêmes profils et sont repris à la figure 3.17.

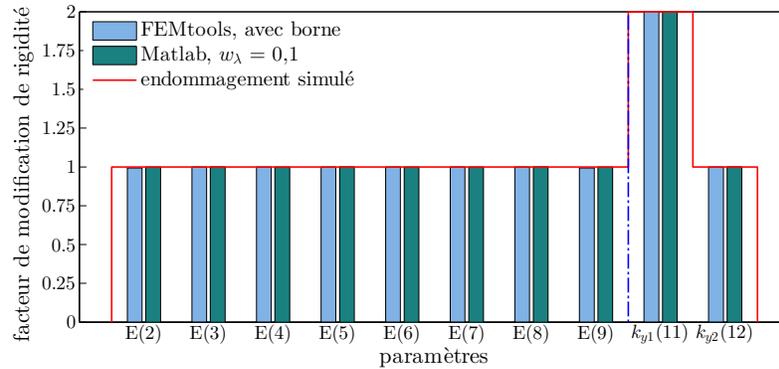
Quand l'endommagement est localisé même de forte intensité, FEMtools et l'outil Matlab arrive à bien reproduire l'état d'endommagement imposé (Figure 3.17a). Ce niveau assez élevé d'endommagement n'est pas toujours bien reproduit, en fonction de la configuration de calcul, comme ce sera présenté plus loin.



(a) Endommagement localisé d'intensité élevée



(b) Endommagement diffus d'intensité élevée



(c) Haut niveau d'endommagement des appuis

Figure 3.17 – Exemples d'endommagements d'intensités élevées simulés.

Avec des intensités considérables de modification de la rigidité et sur plusieurs éléments contigus (Figure 3.17b), FEMtools ne parvient pas à restituer les endommagements imposés. Ce cas extrême pousse cet outil à annihiler les rigidités des appuis et de deux éléments de la poutre. Aucune meilleure solution n'a pu être trouvée en changeant de configuration de calcul. Ce profil d'endommagement élevé sur plusieurs éléments contigus constitue un schéma difficile à être simulé par FEMtools surtout en concomitance avec des modifications au niveau des appuis. L'outil Matlab reproduit fidèlement ce scénario pour la configuration de calcul sus-mentionnée (Figure 3.17b).

FEMtools autant que l'outil Matlab arrive à bien reproduire les états d'endommagements imposés sur les paramètres des appuis, même pour une augmentation de 100% de la rigidité d'un des appuis (Figure 3.17c).

### 3.3.4 Quelques configurations n'ayant pas abouti

On a pu observer que, pour des niveaux élevés d'endommagements simulés, les outils peuvent avoir du mal à reproduire l'état imposé. Pour FEMtools, il faut empêcher au béton d'augmenter en rigidité pour améliorer les solutions (Figure 3.18-3.20). Aussi, l'utilisation des déformées modales comme réponses permet de mieux capturer des intensités élevées de dommages. Des analyses réalisées en faisant varier les niveaux de confiance dans les paramètres (de 25 par défaut à 50 ou 100) n'ont pas bonifié la solution.

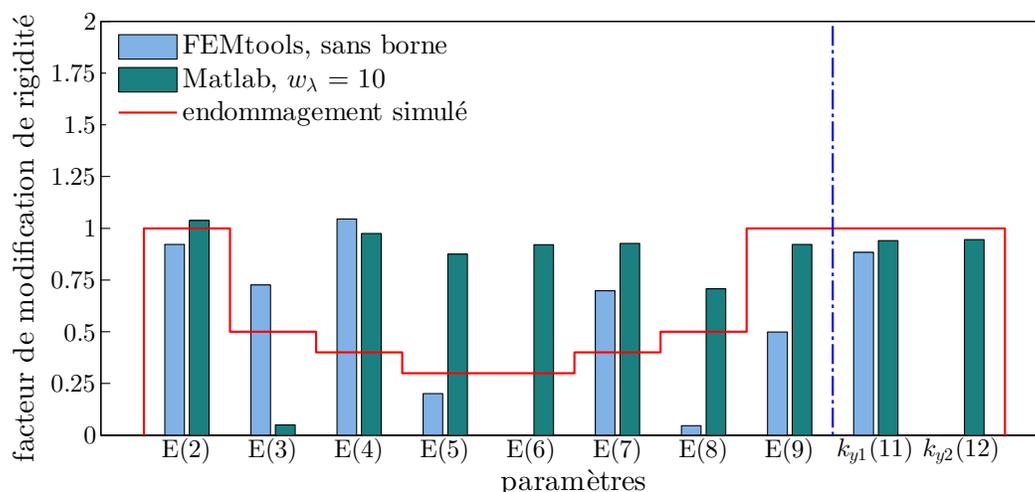


Figure 3.18 – Endommagement d'intensité élevée en utilisant les MAC comme réponses sous FEMtools et  $w_\lambda = 10$  sous Matlab.

L'outil Matlab arrive à de meilleurs résultats quand on utilise plus de poids dans les déformées modales que les fréquences naturelles, pour des niveaux d'endommagement extrême. Pour des valeurs de  $w_\lambda = 1$  ou 10, les cas limites présentés dans cette section n'ont pas été bien approchés (Figure 3.18-3.20). Pour tous les cas de niveau faible ou moyen d'endommagement et d'autres cas élevés de dommages, l'outil Matlab a pu fidèlement prédire les paramètres.

Ces analyses suggèrent que les endommagements de niveau élevé ne seront pas bien détectés, et ce, par les deux outils. En effet, sachant que les niveaux d'erreur dans les déformées modales provenant de données expérimentales sont d'un ordre de grandeur supérieur à ceux atteints dans l'estimation des fréquences propres de vibration. Comme il a été vu dans les figures précédentes, le profil d'endommagement peut aussi influencer sur la contiguïté entre les solutions numériques et les paramètres prédéfinis.

Par ailleurs, pour les faibles endommagements proches du seuil des erreurs de mesure, il ne faut pas s'attendre à bien capturer la bonne solution.

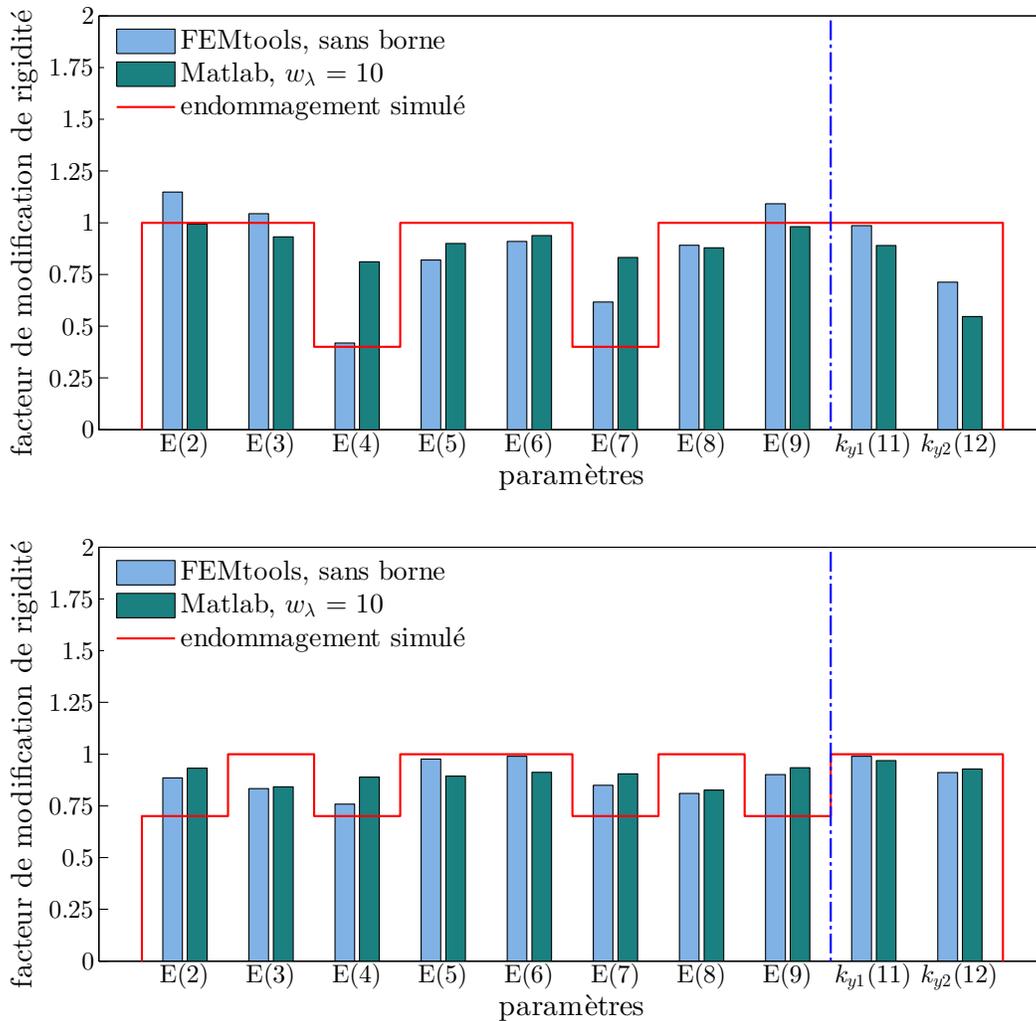


Figure 3.19 – Deux cas d'endommagement d'intensité élevée en utilisant les MAC comme réponses sous FEMtools et  $w_\lambda = 10$  sous Matlab.

### 3.4 DÉTECTION D'ENDOMMAGEMENTS RÉELS

Les analyses de détection d'endommagements simulés nous ont permis de pousser les outils à leurs limites et d'évaluer différentes configurations de calcul. Les observations tirées de ces analyses vont être appliquées à la détection des endommagements réels subis par la poutre PBA2 lors des essais au laboratoire (Figure 3.21).

Les essais sur la poutre expérimentale ont été réalisés par chargements successifs (états 1 à 5) à partir de la poutre non endommagée (état 0). Le cinquième état correspondant à la ruine totale de la poutre, il sera exclu des analyses de détection. Cependant, les quatre autres états seront étudiés à partir du modèle recalé de la poutre non endommagée pour tenter de retrouver numériquement les endommagements réels.

À la figure 3.22, on reprend l'évolution des fréquences des modes de vibration pour la poutre PBA1-1 au fil des états d'endommagement de 1 à 4 [15]. Les résultats sont présentés en termes de fréquences relatives par rapport à la valeur de référence à l'état 0, pour les essais en FRF et les

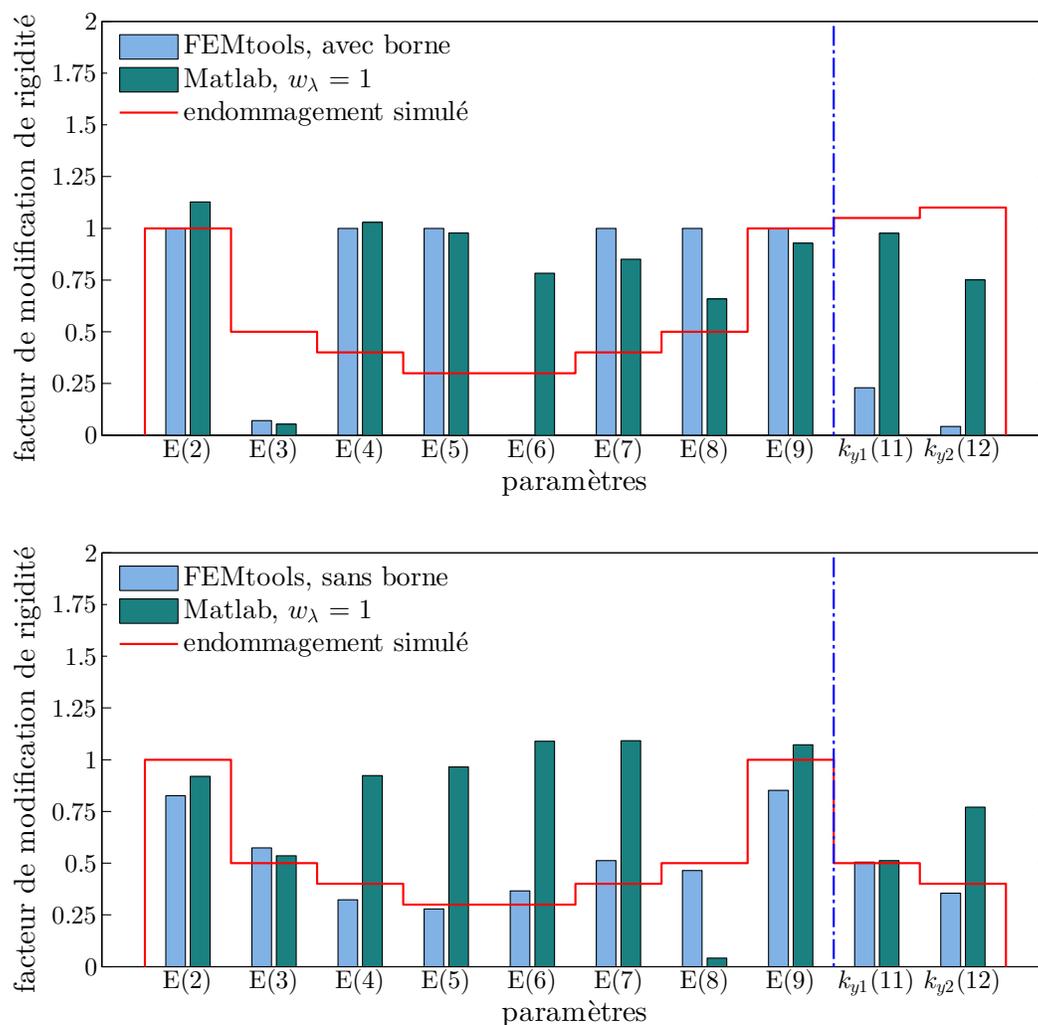
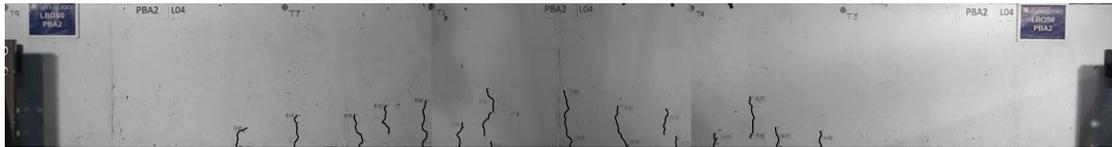


Figure 3.20 – Deux cas d'endommagement d'intensité élevée en utilisant les MAC comme réponses sous FEMtools et  $w_\lambda = 1$  sous Matlab.

essais en FDD. Seuls les modes 3, 6 et 9 correspondant aux trois premiers modes de flexion sont utilisés pour la détection des états d'endommagement.

La figure 3.23 présente la progression des MAC entre la déformée d'un mode à un état donné et la déformée du même mode à l'état 0.

Les mêmes paramètres vont être utilisés par la suite, étant donné le profil similaire des analyses de sensibilité réalisées à chaque étape du processus.



(a) État 1



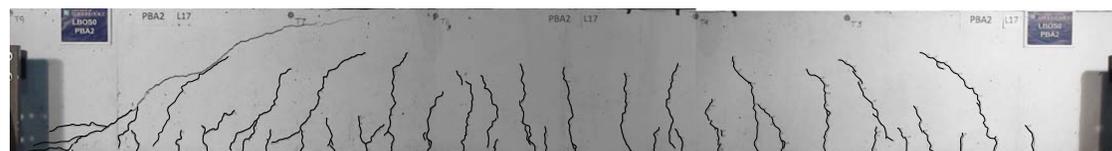
(b) État 2



(c) État 3



(d) État 4



(e) État 5

Figure 3.21 – États d'endommagement de la poutre PBA2.

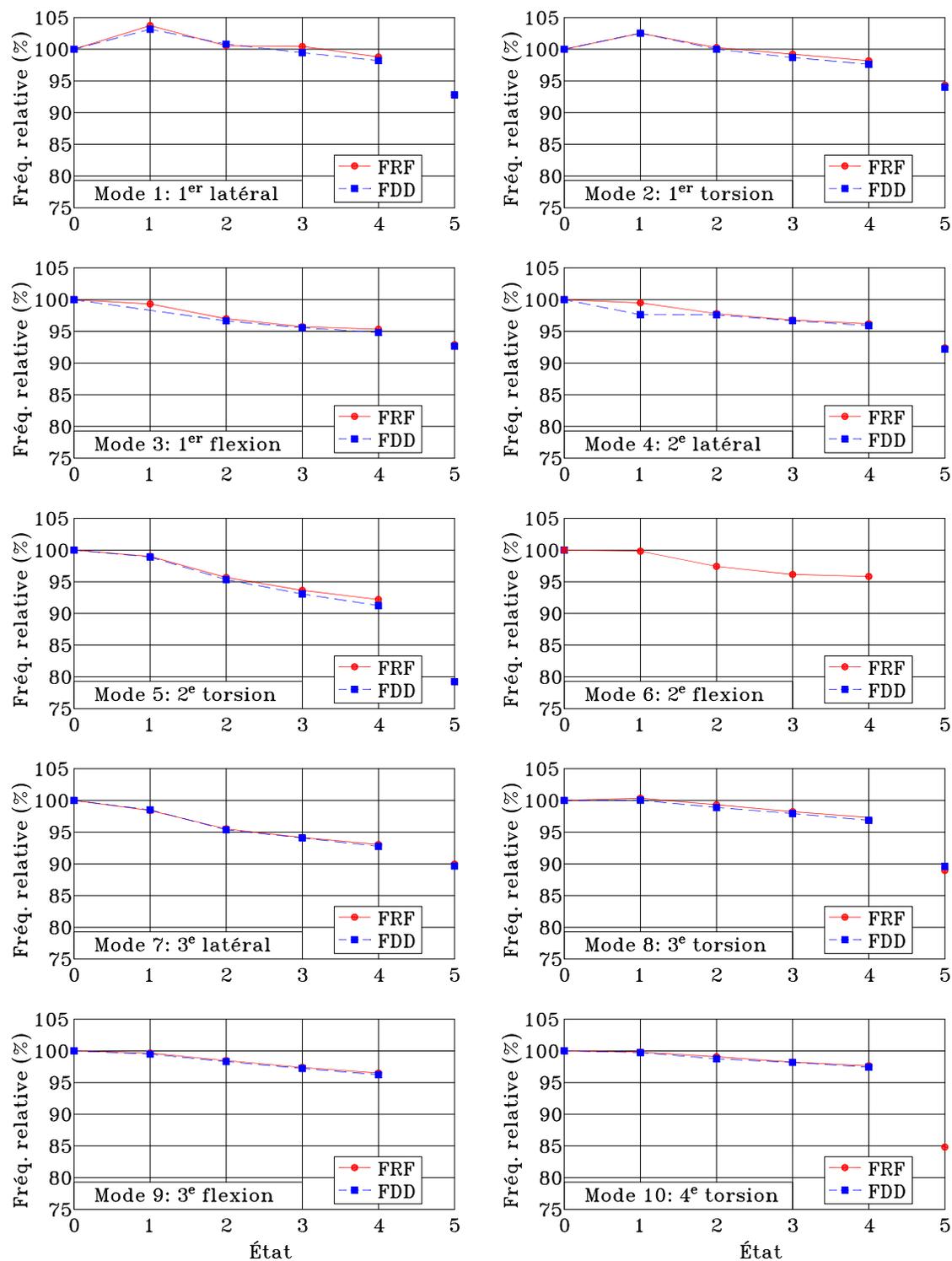


Figure 3.22 – Évolution des fréquences propres de la poutre PBA2.

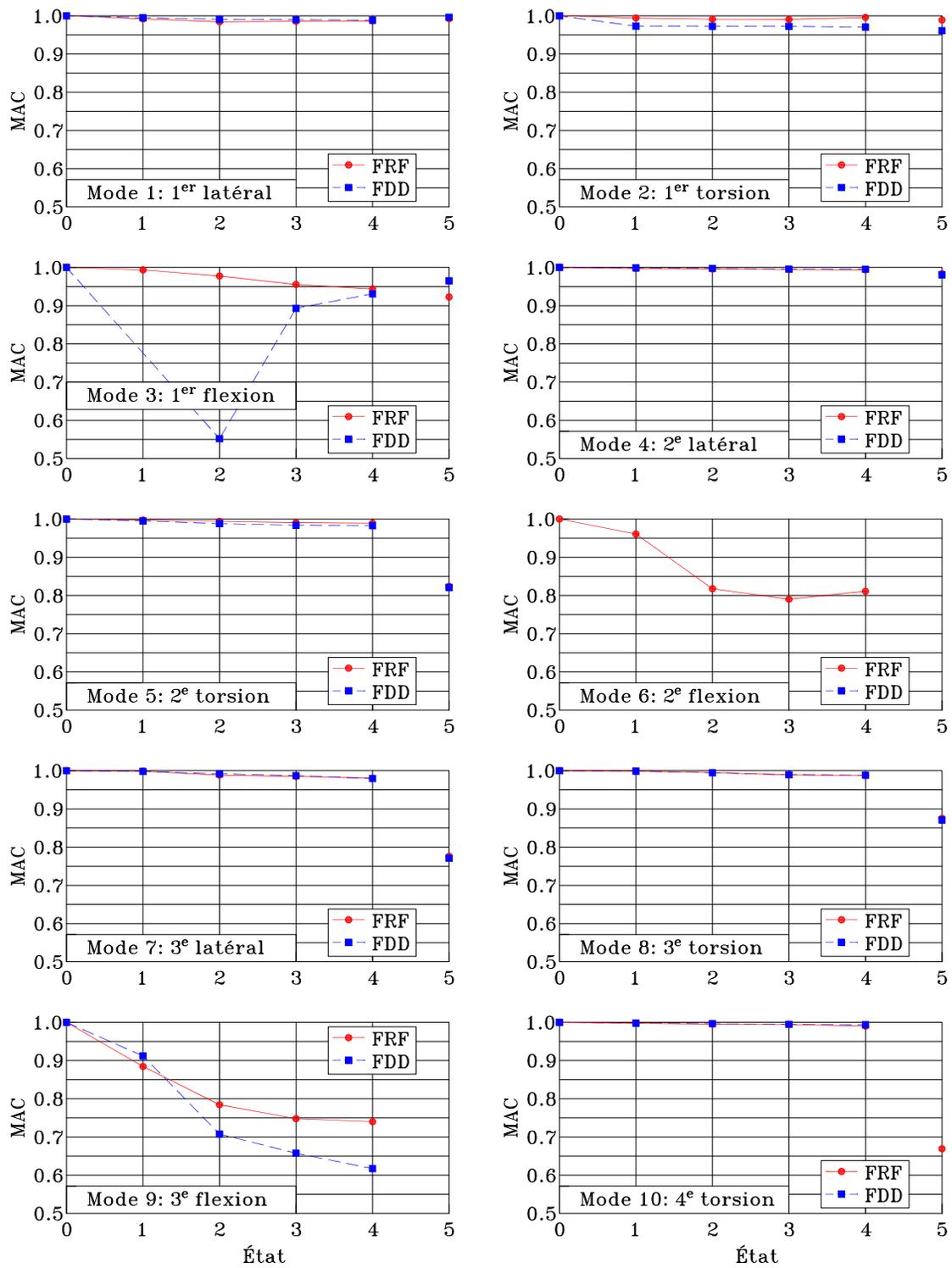


Figure 3.23 – Évolution des déformées modales de la poutre PBA2.

### 3.4.1 FEMtools

Dans les analyses qui suivent, on procède à des analyses séquentielles. C'est-à-dire que le modèle obtenu après une mise à jour pour un état donné est utilisé comme modèle de départ dans la détection de l'état suivant. Par exemple, pour la mise à jour de l'état 3, on utilise le modèle recalé sur l'état 2.

Les réponses utilisées dans les analyses de détection sont les trois fréquences propres de flexion et les valeurs de MAC associées à ces fréquences propres.

#### État 1

Une comparaison entre les modes propres du modèle recalé et ceux obtenus lors des essais de l'état 1 (Tableau 3.16) permet de constater la proximité modale de l'état 0 (recalé) par rapport à l'état 1.

Tableau 3.16 – Réponses pour l'état 1 avant mise à jour du modèle

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,44 Hz	29,30 Hz	$-4,8 \times 10^{-1}$
$f_2$	188,12 Hz	187,88 Hz	$-1,3 \times 10^{-1}$
$f_3$	298,62 Hz	294,63 Hz	-1,4
MAC <sub>1</sub>	99,24%	100,00%	0,76
MAC <sub>2</sub>	97,05%	100,00%	2,95
MAC <sub>3</sub>	99,91%	100,00%	0,09

Après avoir procédé à la mise à jour du modèle recalé, on obtient les nouvelles valeurs des fréquences propres et des MAC (Tableau 3.17). On peut voir que, même avec des réponses numériques et expérimentales déjà proches, FEMtools a pu être en mesure d'améliorer la solution.

Tableau 3.17 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 1.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,30 Hz	29,30 Hz	$-3,1 \times 10^{-3}$
$f_2$	187,85 Hz	187,88 Hz	$1,6 \times 10^{-2}$
$f_3$	294,67 Hz	294,63 Hz	$-1,1 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	99,26%	100,00%	0,74
MAC <sub>2</sub>	97,29%	100,00%	2,71
MAC <sub>3</sub>	99,89%	100,00%	0,11

En observant les déformées modales, on peut confirmer que, pour les trois modes, les déformées sont plutôt bien évaluées numériquement (Figure 3.24).

La mise à jour vers l'état 1 fournit les nouvelles valeurs des paramètres notées au tableau 3.18. Les facteurs de modification de la rigidité pour cet état d'endommagement sont repris à la figure 3.28.

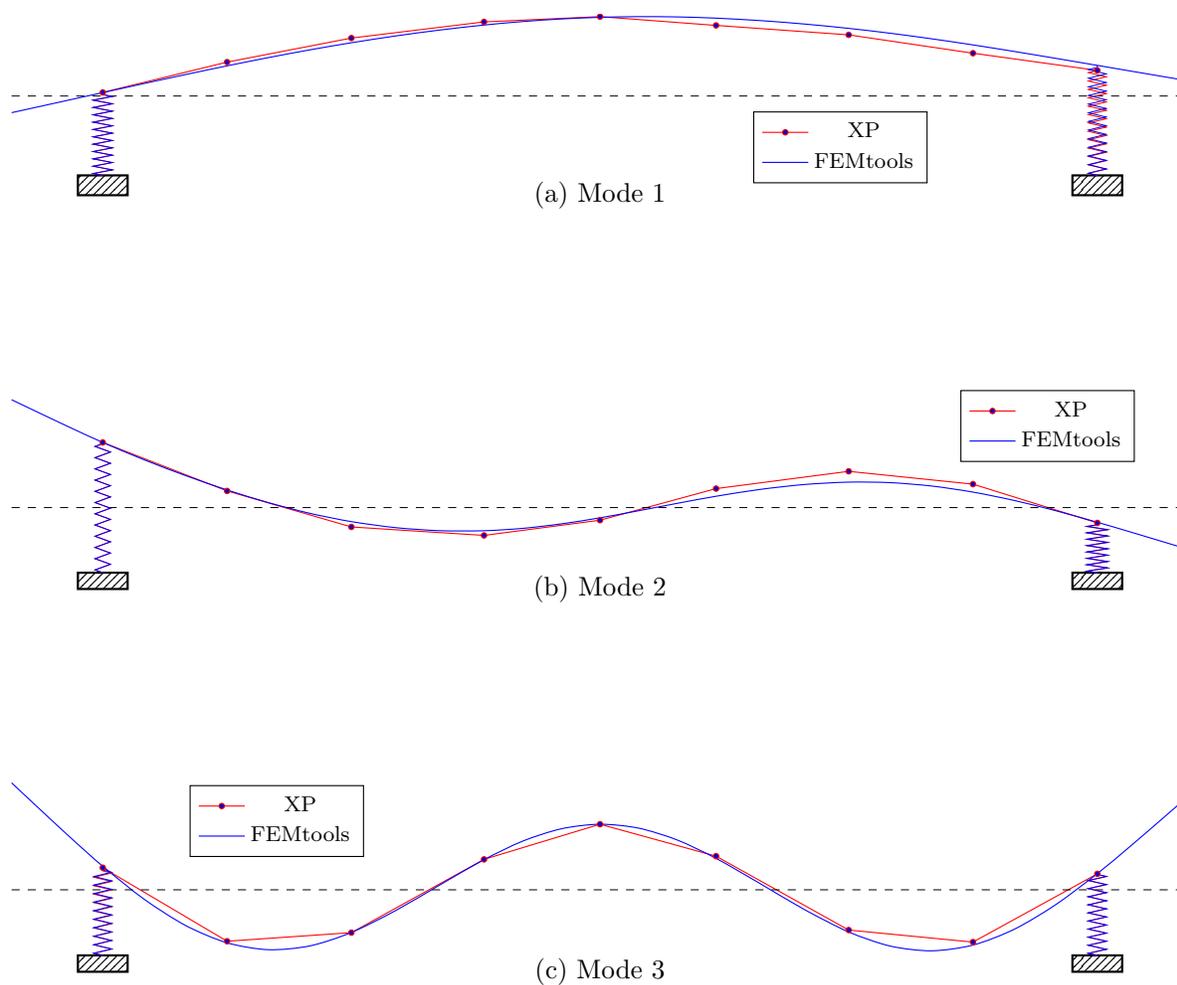


Figure 3.24 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après identification des paramètres pour l'état 1 (FEMtools).

Tableau 3.18 – Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 1

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,39 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,72 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,36 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,69 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,40 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$9,58 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,39 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

**État 2**

Après la mise à jour vers l'état 2, à partir du modèle obtenu pour l'état 1, les données modales obtenues concordent bien avec les réponses expérimentales (Tableau 3.19 et Figure 3.25). Les nouvelles valeurs des paramètres obtenues pour l'état 2 sont inscrites au tableau 3.20.

Tableau 3.19 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 2

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	28,57 Hz	28,57 Hz	$-1,4 \times 10^{-2}$
$f_2$	183,28 Hz	183,30 Hz	$9,3 \times 10^{-3}$
$f_3$	291,15 Hz	291,15 Hz	$3,4 \times 10^{-4}$
MAC <sub>1</sub>	98,66%	100,00%	1,34
MAC <sub>2</sub>	97,95%	100,00%	2,05
MAC <sub>3</sub>	99,58%	100,00%	0,42

Tableau 3.20 – Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 2

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,36 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,63 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,26 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,24 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,59 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,35 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$8,98 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,29 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

**État 3**

En procédant comme précédemment pour l'état 3, on obtient l'analogie entre les réponses numériques et expérimentales présentée au tableau 3.21 et à la figure 3.26. Encore une fois, les réponses sont concordantes. Les valeurs des paramètres permettant d'obtenir ces réponses pour l'état 3 sont données au tableau 3.22.

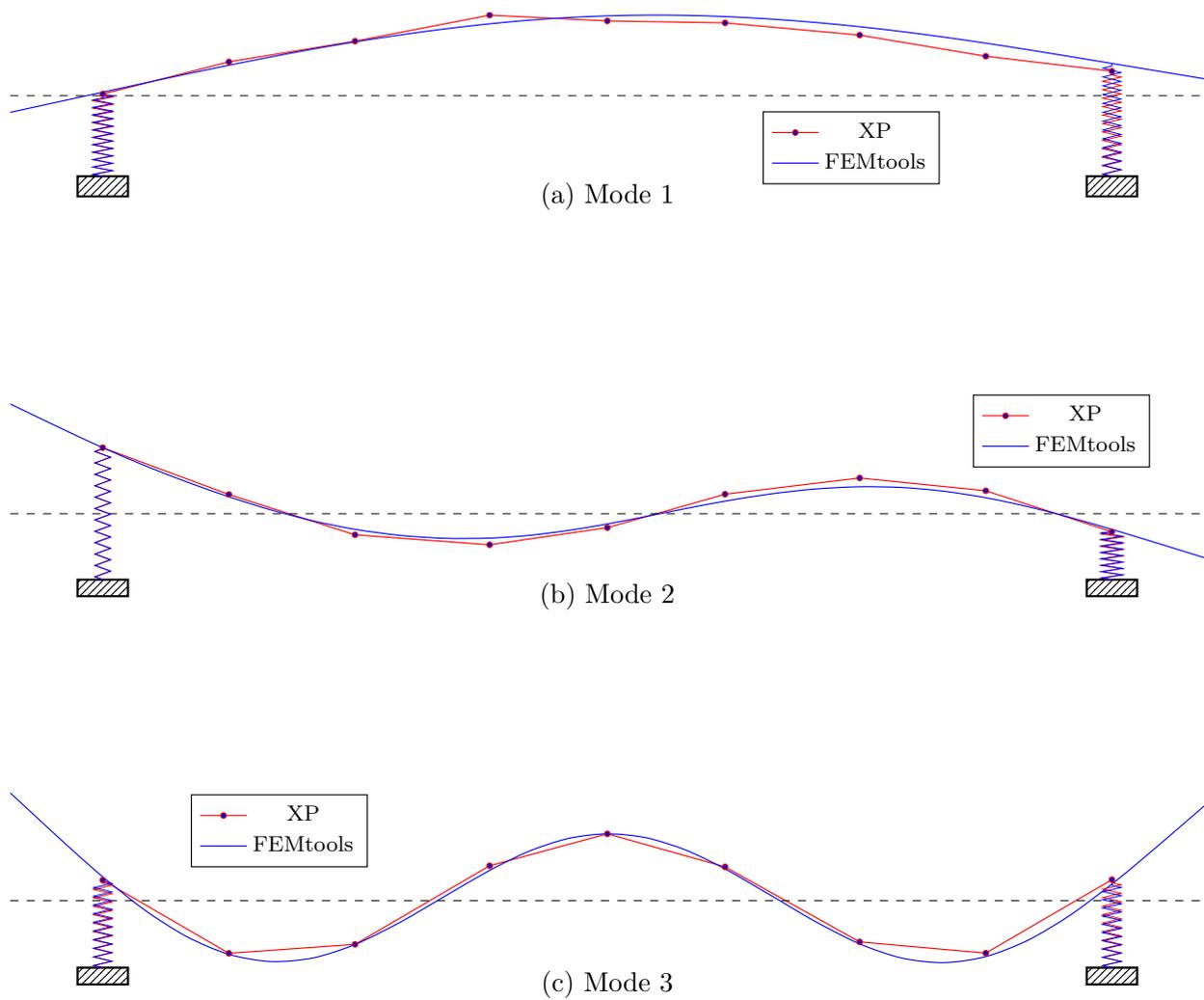


Figure 3.25 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après identification des paramètres pour l'état 2 (FEMtools).

Tableau 3.21 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 3

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	28,22 Hz	28,20 Hz	$-5,8 \times 10^{-2}$
$f_2$	180,95 Hz	180,92 Hz	$-1,5 \times 10^{-2}$
$f_3$	288,16 Hz	288,04 Hz	$-4,1 \times 10^{-2}$
$MAC_1$	99,11%	100,00%	0,89
$MAC_2$	98,66%	100,00%	1,34
$MAC_3$	99,70%	100,00%	0,30

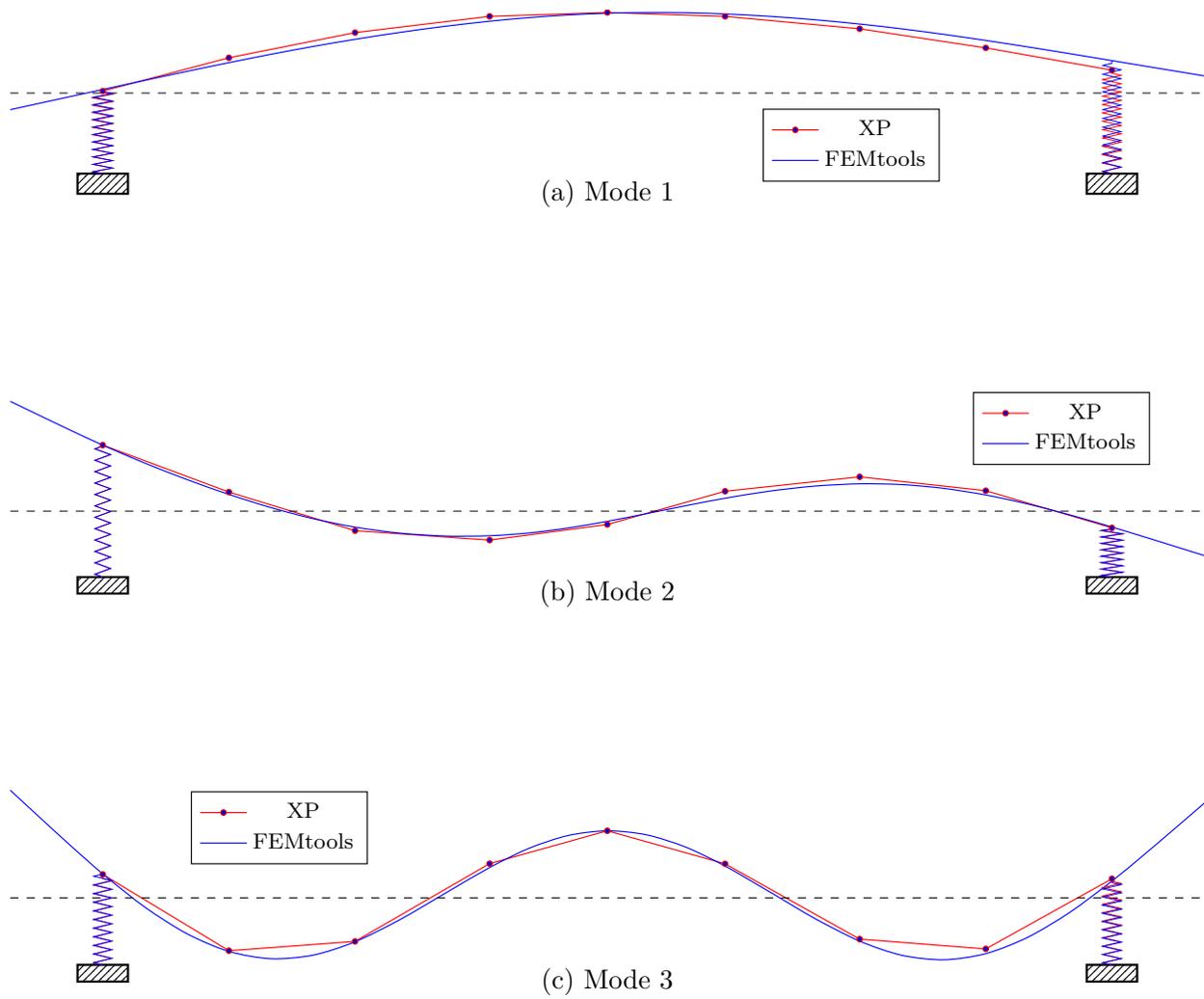


Figure 3.26 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après identification des paramètres pour l'état 3 (FEMtools).

Tableau 3.22 – Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 3

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,30 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,59 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,20 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,18 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,55 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,30 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$8,71 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,25 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

### État 4

Après identification des paramètres pour l'état 4, on obtient les réponses modales numériques qui sont comparées à leurs homologues expérimentales au tableau 3.23 et à la figure 3.27. Les nouvelles valeurs des paramètres sont groupées dans le tableau 3.24.

Tableau 3.23 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 4

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	28,20 Hz	28,20 Hz	$-7,1 \times 10^{-4}$
$f_2$	180,36 Hz	180,37 Hz	$7,8 \times 10^{-3}$
$f_3$	285,32 Hz	285,30 Hz	$-6,7 \times 10^{-3}$
MAC <sub>1</sub>	99,16%	100,00%	0,84
MAC <sub>2</sub>	98,25%	100,00%	1,75
MAC <sub>3</sub>	99,62%	100,00%	0,38

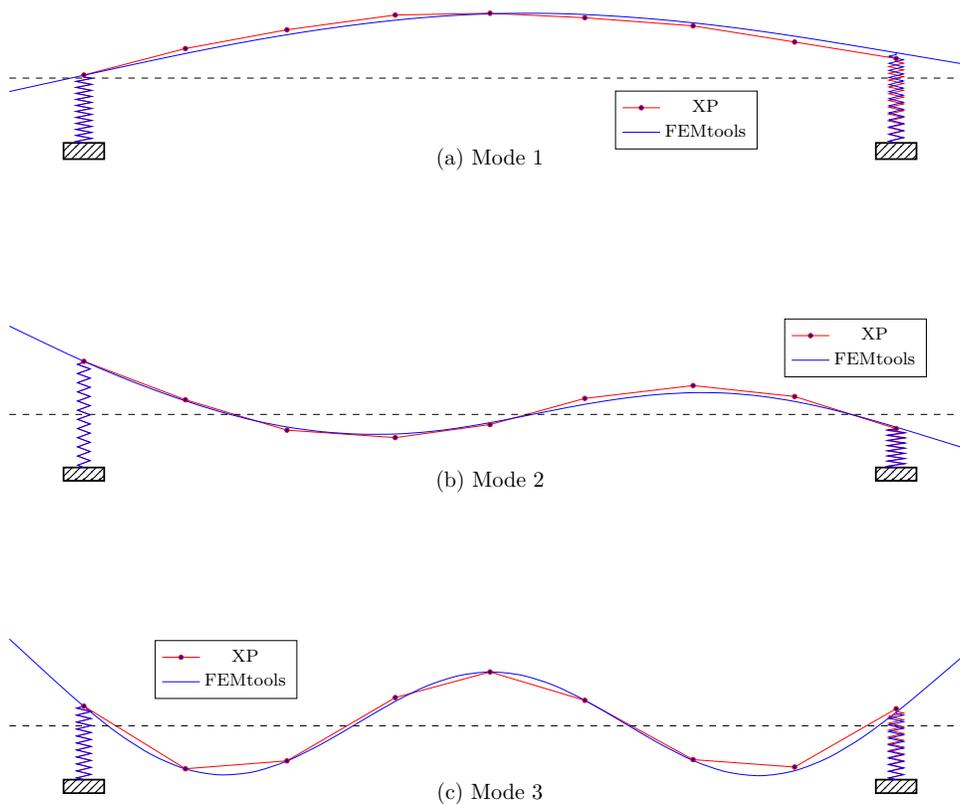


Figure 3.27 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après identification des paramètres pour l'état 4 (FEMtools).

Cette évolution des paramètres des états 1 à 4 pour les essais réalisés sur la poutre PBA2 est récapitulée à la figure 3.28. La figure reprend les facteurs de modification des rigidités des éléments de poutres et des raideurs des appuis au fil des essais. La ligne tiretée rouge correspond à la poutre exempte d'endommagement (modèle calibré).

Tableau 3.24 – Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 4

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,33 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,24 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,61 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,16 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,15 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,57 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,24 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,34 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$8,69 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,28 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

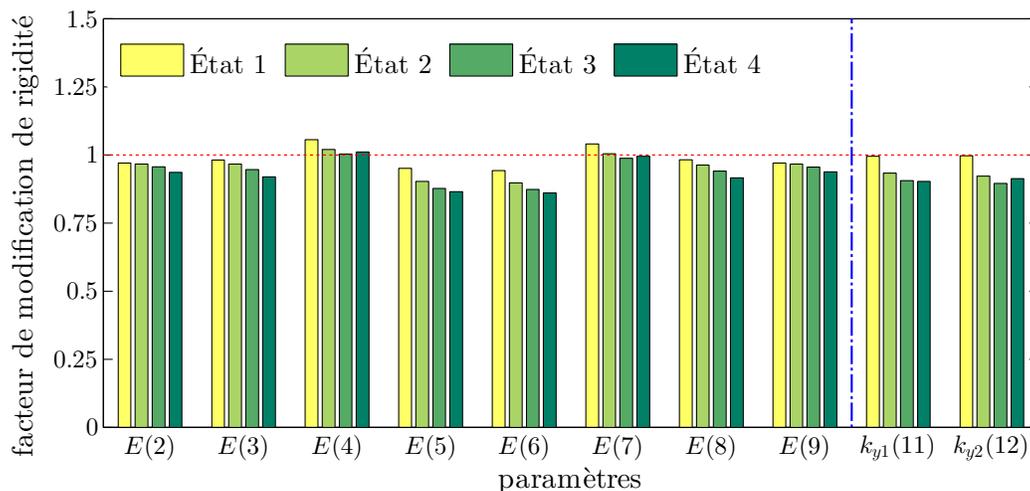


Figure 3.28 – Évolution des rigidités de PBA2 au fil des essais (FEMtools).

Dans ces analyses, il était permis aux paramètres d'évoluer sans contraintes, même si l'on sait que les paramètres liés au béton ne peuvent que diminuer. Quand on impose une condition de non augmentation pour les paramètres liés aux éléments de béton le long de la poutre (`upper = 0`), on obtient le profil d'endommagement indiqué à la figure 3.29. On peut remarquer l'amélioration de la solution suite à l'ajout de ce facteur dans l'analyse.

Des analyses ont aussi été menées en partant à chaque état du modèle calibré comme modèle de départ (Figure 3.30). Les résultats sont présentés tant sans restriction sur les composantes de béton (Figure 3.30a) qu'avec (Figure 3.30b).

Toutes ces représentations démontrent un même profil d'évolution d'endommagement malgré quelques dissemblances. À la lumière de ce qui précède, la poutre semble s'endommager graduellement et progressivement vers son centre, à part les paramètres 4 et 7 qui s'endommagent plus lentement.

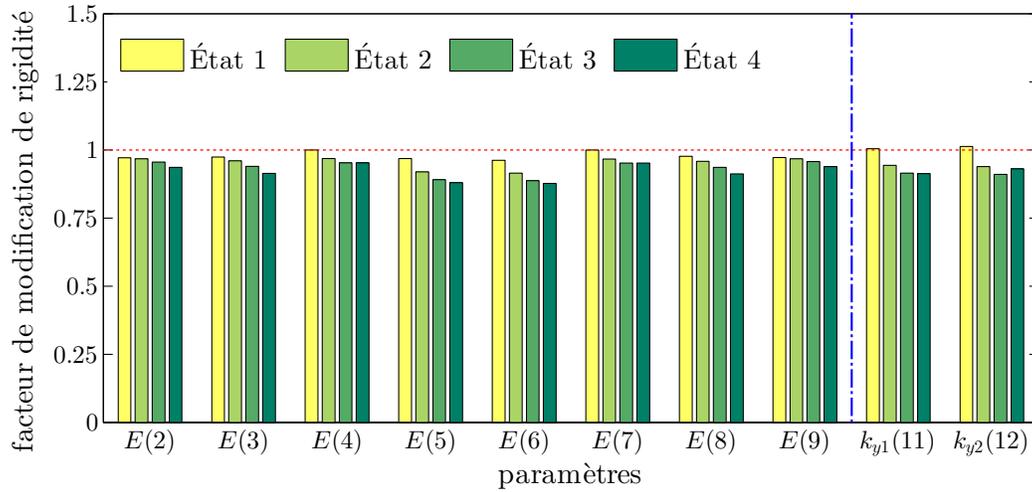
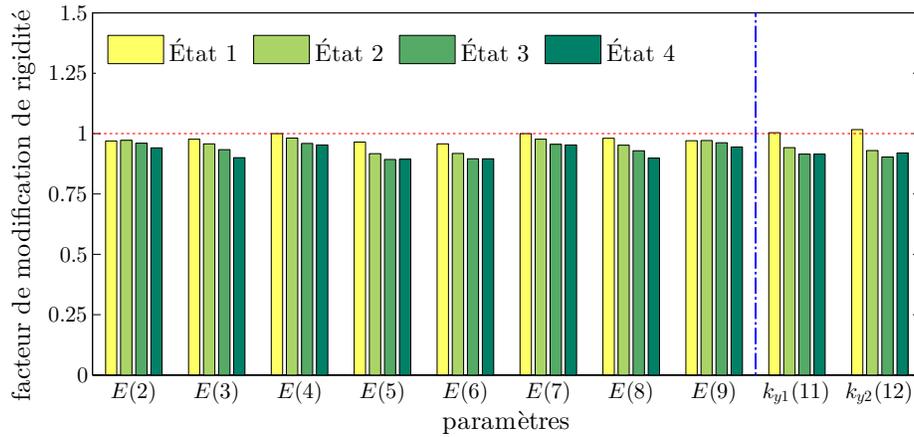
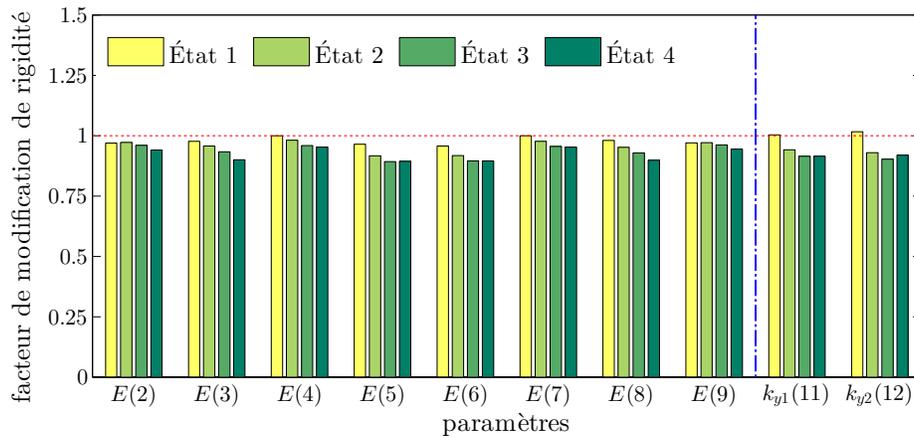


Figure 3.29 – Évolution des rigidités de PBA2 au fil des essais avec des restrictions sur les composantes en béton (FEMtools).



(a) analyse non séquentielle, pas de borne sur les  $E$



(b) analyse non séquentielle, borne supérieure sur les  $E$

Figure 3.30 – Évolution des rigidités de PBA2 au fil des essais en utilisant le modèle recalé à chaque état (FEMtools).

### 3.4.2 Outil Matlab

Les mêmes analyses sur la poutre PBA2 ont été réalisées avec l'outil Matlab. Dans cette section, l'approche utilisée suit celle présentée avec FEMtools, soit des analyses séquentielles. On impose aucune restriction sur l'évolution des composantes de béton de la poutre.

Les réponses utilisées dans les analyses de détection sont les trois fréquences propres de flexion et les déplacements modaux à chaque point de mesure. Le coefficient  $w_\lambda$  est pris égal à 10, accordant ainsi plus de confiance aux fréquences propres qu'aux déformées modales.

#### État 1

Après avoir procédé à l'identification des paramètres à l'état 1, on obtient les nouvelles valeurs des fréquences propres et des MAC (Tableau 3.25). Les déformées modales pour les trois modes propres sont schématisées à la figure 3.31. Les nouvelles valeurs des paramètres fournies lors de la mise à jour vers l'état 1 sont notées au tableau 3.26.

Tableau 3.25 – Réponses obtenues après détection de l'état 1

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	29,30 Hz	29,30 Hz	$7,4 \times 10^{-4}$
$f_2$	187,88 Hz	187,88 Hz	$7,5 \times 10^{-6}$
$f_3$	294,63 Hz	294,63 Hz	$2,1 \times 10^{-4}$
MAC <sub>1</sub>	99,28%	100,00%	0,72
MAC <sub>2</sub>	97,33%	100,00%	2,67
MAC <sub>3</sub>	99,89%	100,00%	0,11

Tableau 3.26 – Évolution des paramètres après détection de l'état 1

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,40 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,73 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,37 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,34 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,69 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,40 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$9,58 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,40 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

#### État 2

À l'état 2, à partir du modèle obtenu pour l'état 1, on parvient à retrouver assez fidèlement les données modales expérimentales, comme montré au tableau 3.27 et illustré à la figure 3.32. Les valeurs des paramètres après la mise à jour vers l'état 2 sont rapportées au tableau 3.28.

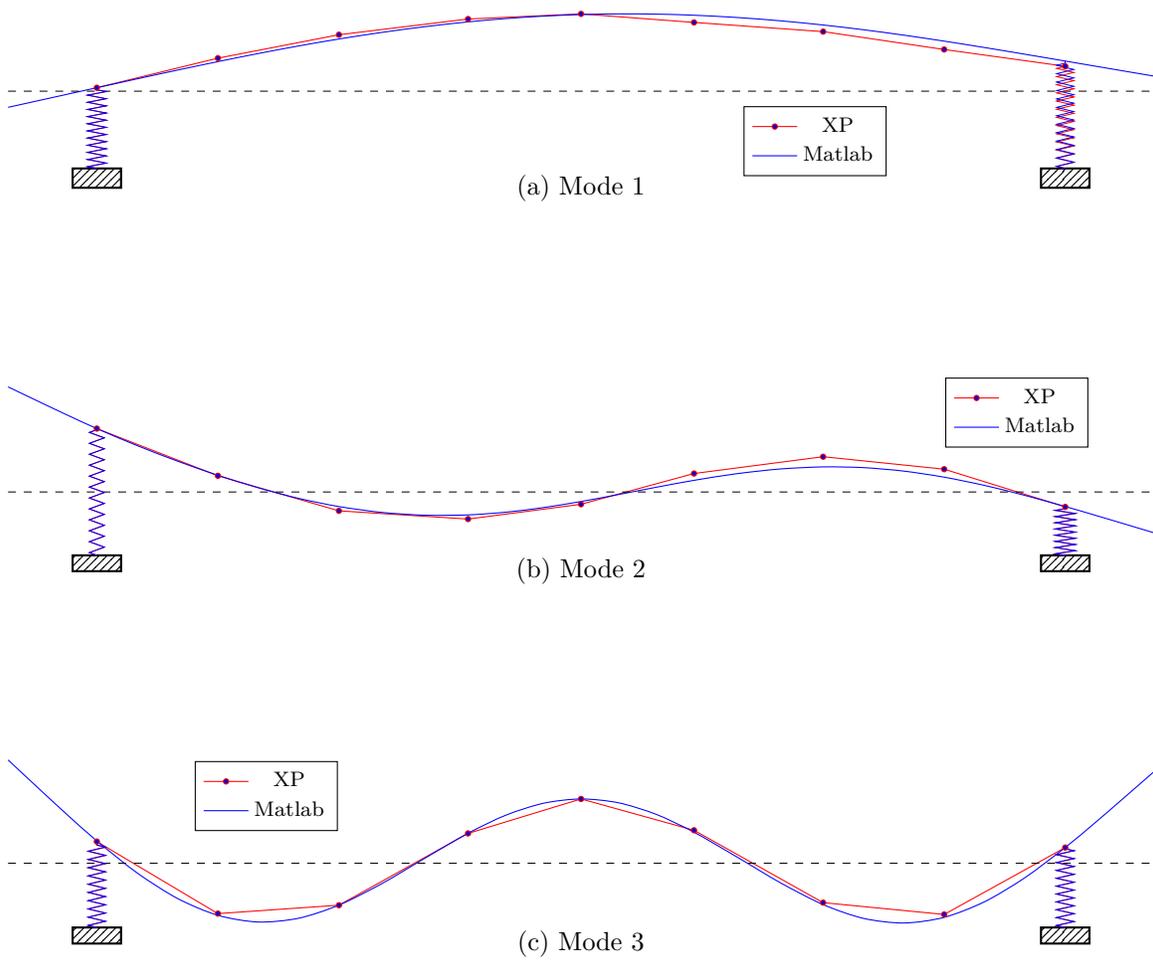


Figure 3.31 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après identification des paramètres pour l'état 1 (Matlab).

Tableau 3.27 – Réponses obtenues après détection de l'état 2

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	28,57 Hz	28,57 Hz	$3,7 \times 10^{-4}$
$f_2$	183,30 Hz	183,30 Hz	$2,2 \times 10^{-5}$
$f_3$	291,15 Hz	291,15 Hz	$8,5 \times 10^{-5}$
$MAC_1$	98,73%	100,00%	1,27
$MAC_2$	98,38%	100,00%	1,62
$MAC_3$	99,54%	100,00%	0,46

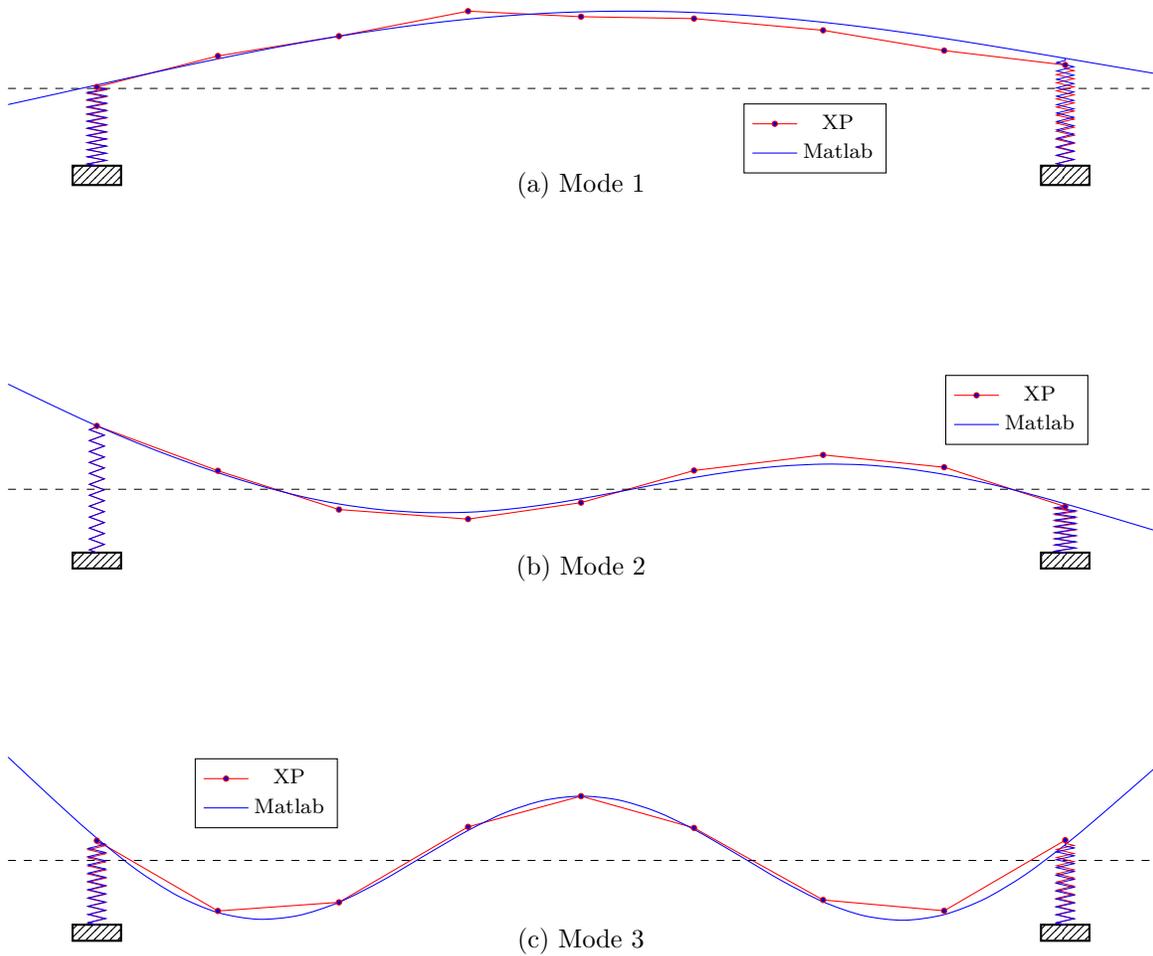


Figure 3.32 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après identification des paramètres pour l'état 2 (Matlab).

Tableau 3.28 – Évolution des paramètres après détection de l'état 2

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,72 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,17 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,16 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,67 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,39 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,40 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$8,90 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,30 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

**État 3**

Une fois le modèle mis à jour avec l'outil Matlab en utilisant les données dérivées des essais à l'état 3, on produit la comparaison modale entre les valeurs numériques et expérimentales au tableau 3.29 et elle est illustrée à la figure 3.33. Les valeurs des paramètres obtenues pour l'état 3 sont données au tableau 3.30.

Tableau 3.29 – Réponses obtenues après détection de l'état 3

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	28,20 Hz	28,20 Hz	$1,9 \times 10^{-4}$
$f_2$	180,92 Hz	180,92 Hz	$2,9 \times 10^{-5}$
$f_3$	288,04 Hz	288,04 Hz	$4,0 \times 10^{-5}$
MAC <sub>1</sub>	99,24%	100,00%	0,76
MAC <sub>2</sub>	99,11%	100,00%	0,89
MAC <sub>3</sub>	99,66%	100,00%	0,34

Tableau 3.30 – Évolution des paramètres après détection de l'état 3

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,39 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,40 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,73 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,03 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,06 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,66 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,35 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$8,59 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,29 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

**État 4**

Après identification des paramètres pour l'état 4, on compare les réponses modales numériques et expérimentales au tableau 3.31 et à la figure 3.34. Les nouvelles valeurs des paramètres pour l'état 4 sont rassemblées dans le tableau 3.32. L'évolution des paramètres des états 1 à 4 à partir de l'outil Matlab, pour la poutre PBA2, est condensée à la figure 3.35.

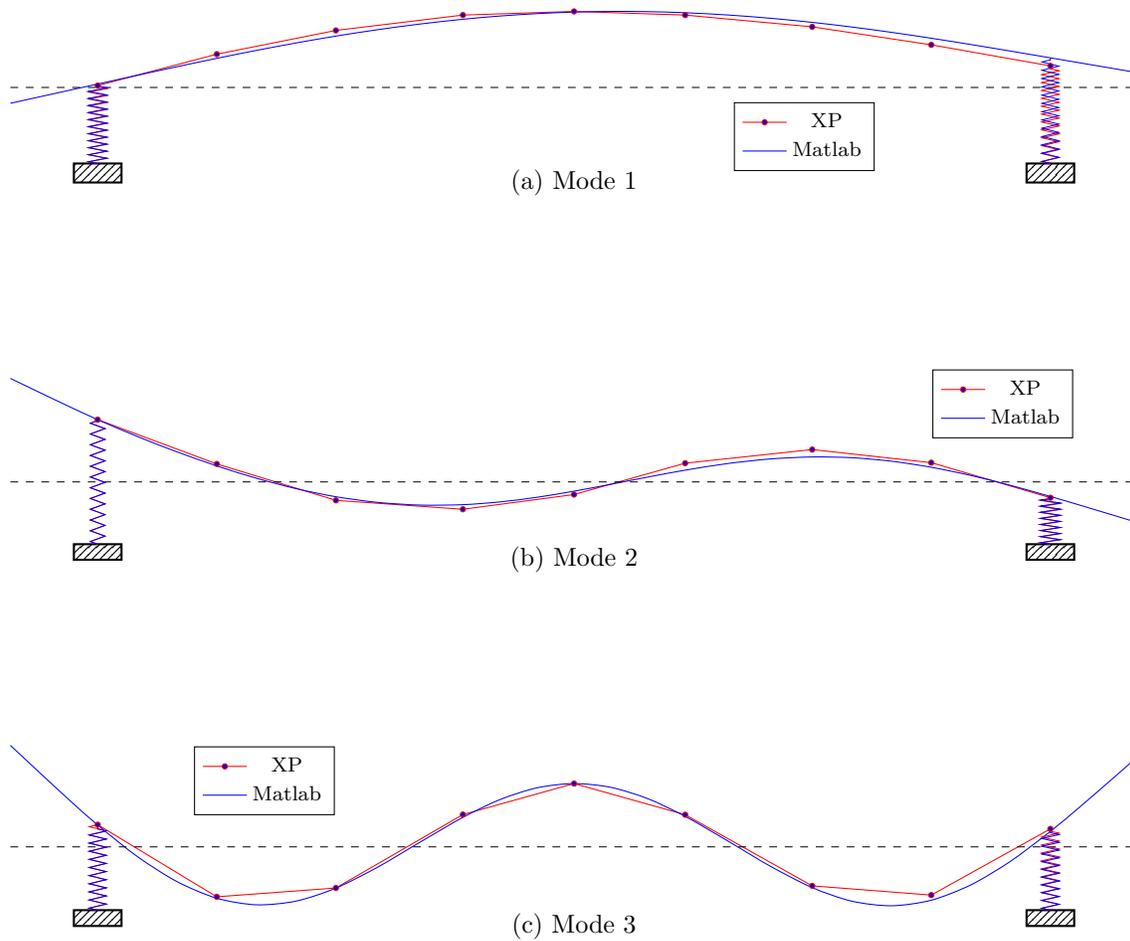


Figure 3.33 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après identification des paramètres pour l'état 3 (Matlab).

Tableau 3.31 – Réponses obtenues après détection de l'état 4

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	28,20 Hz	28,20 Hz	$3,8 \times 10^{-4}$
$f_2$	180,37 Hz	180,37 Hz	$4,6 \times 10^{-5}$
$f_3$	285,30 Hz	285,30 Hz	$9,5 \times 10^{-5}$
$MAC_1$	99,34%	100,00%	0,66
$MAC_2$	99,02%	100,00%	0,98
$MAC_3$	99,60%	100,00%	0,40

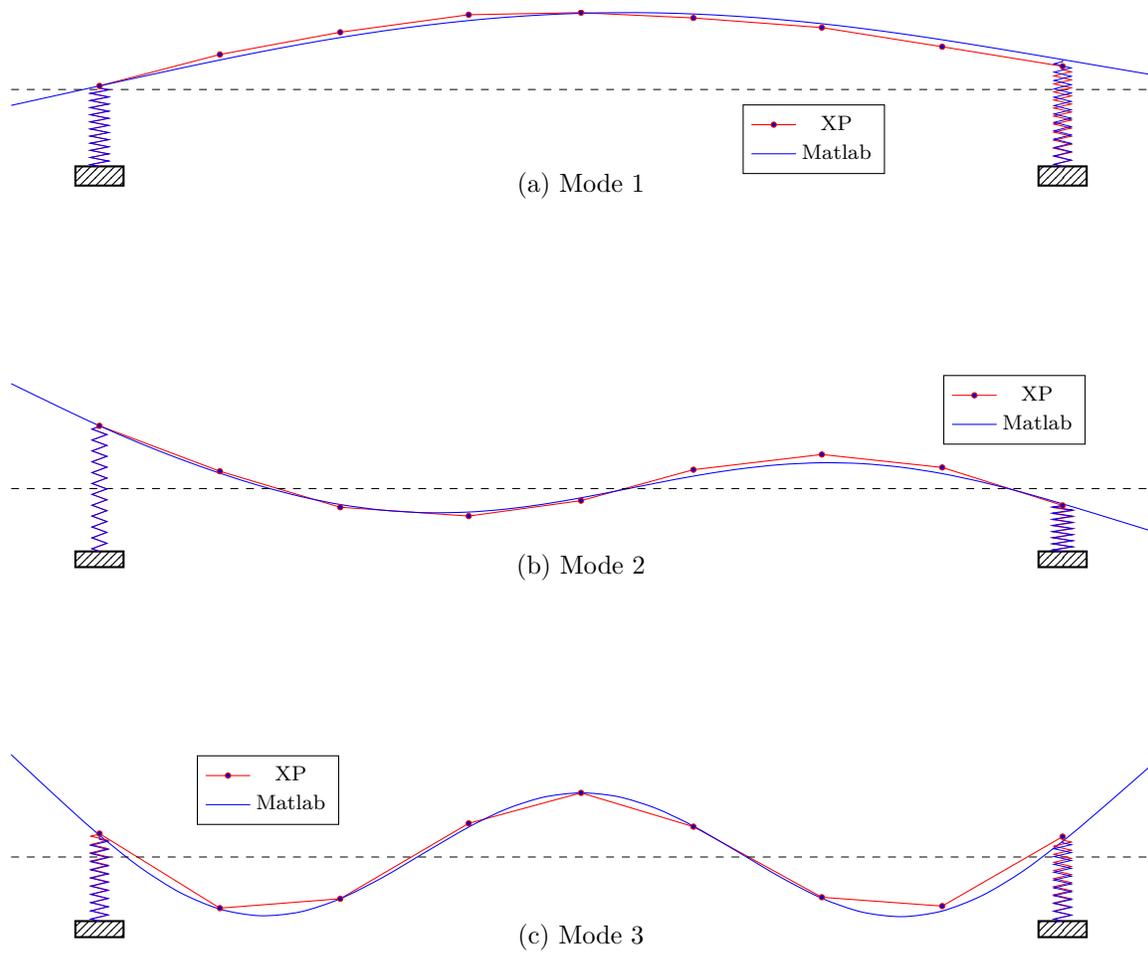


Figure 3.34 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA2 après identification des paramètres pour l'état 4 (Matlab).

Tableau 3.32 – Évolution des paramètres après détection de l'état 4

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,32 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,37 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,81 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$1,93 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,01 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,74 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,32 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,34 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$8,52 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,33 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

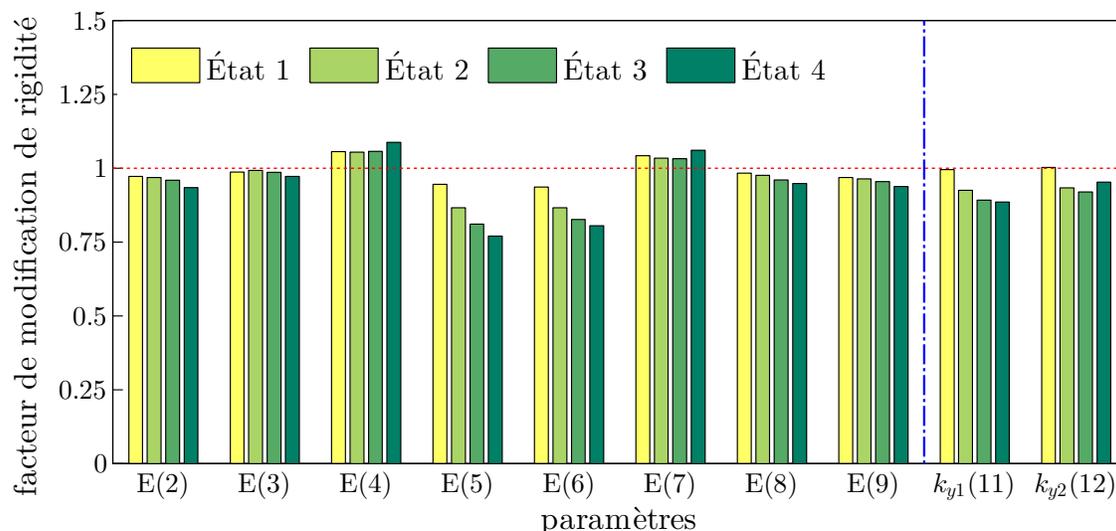


Figure 3.35 – Évolution des rigidités de PBA2 au fil des essais (Matlab).

Comme avec FEMtools, il était permis, lors des analyses avec l'outil Matlab, que les paramètres évoluent sans contraintes. En rajoutant cette borne supérieure à l'évolution des paramètres liés aux composantes de béton<sup>3</sup>, on obtient le profil d'endommagement retracé à la figure 3.36. On peut remarquer l'amélioration de la solution suite à l'ajout de ce facteur dans l'analyse.

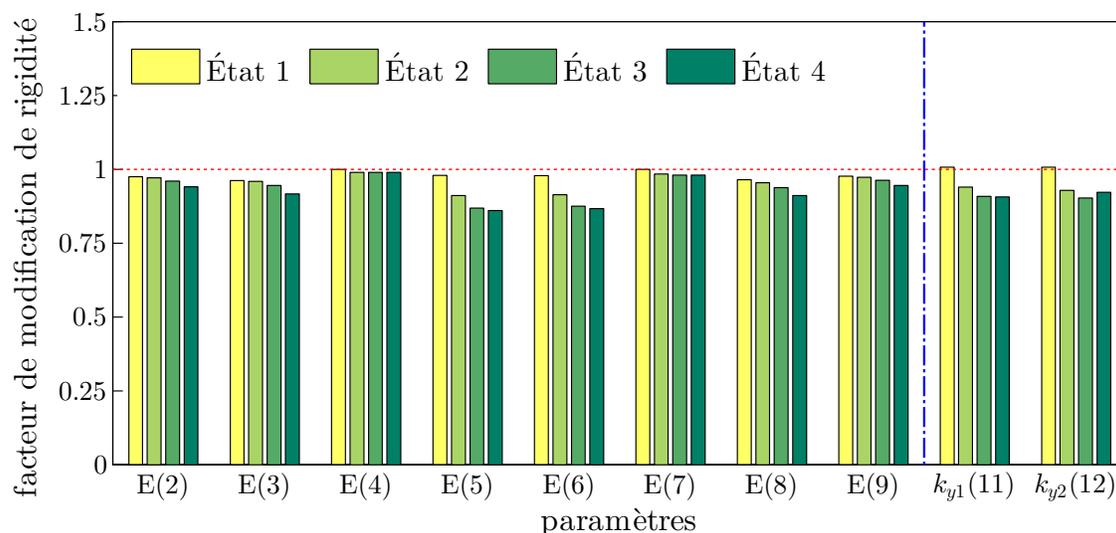


Figure 3.36 – Évolution des rigidités de PBA2 au fil des essais avec des restrictions sur les composantes en béton (Matlab).

Des résultats sont aussi disponibles en partant à chaque état du modèle calibré comme modèle de départ (Figure 3.37) en restreignant les composantes de béton (Figure 3.37b) ou pas (Figure 3.37a).

Toutes ces représentations ressortent un profil similaire d'évolution d'endommagement. En substance, la poutre semble s'endommager comme avec FEMtools.

3. `solver.maxpar = 0` pour les paramètres du béton.

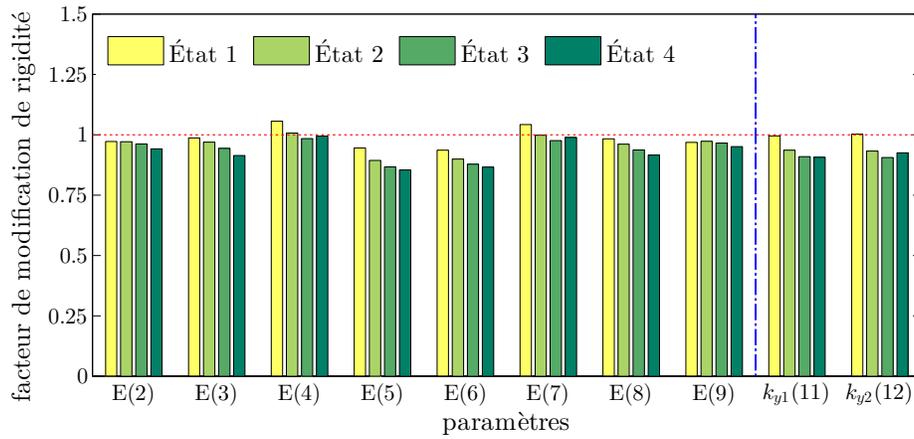
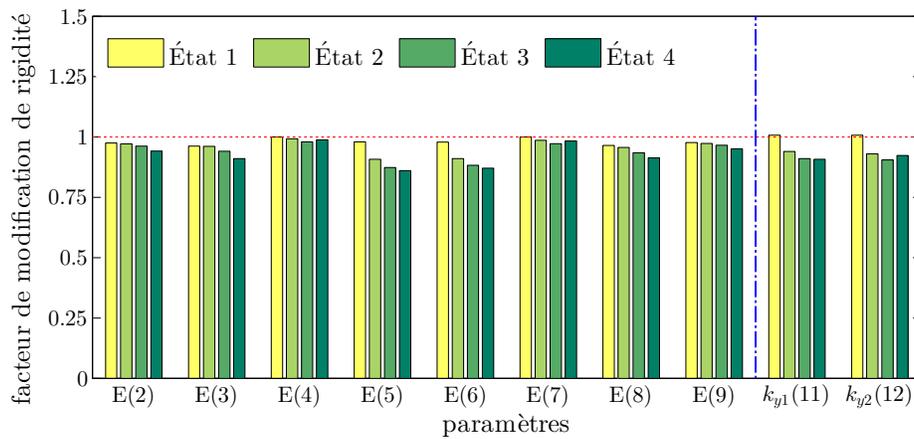
(a) analyse non séquentielle, pas de borne sur les  $E$ (b) analyse non séquentielle, borne supérieure sur les  $E$ 

Figure 3.37 – Évolution des rigidités de PBA2 au fil des essais en utilisant le modèle recalé à chaque état (Matlab).

# Implémentation 3D de la poutre PBA2

## 4.1 MODÉLISATION SOUS ABAQUS

Le logiciel d'analyse d'éléments finis ABAQUS a été utilisé car les modélisations réalisées à partir de ce logiciel sont exportables vers FEMtools. Ce dernier prendra le relais afin de réaliser le recalage du modèle ainsi que la détection d'endommagement.

### 4.1.1 Homogénéisation des caractéristiques de la poutre

La poutre n'étant pas homogène, il faut arriver à modéliser cette hétérogénéité, en particulier les barres d'acier. Sur ABAQUS, les barres d'armatures peuvent facilement être modélisées, cependant l'exportation de ces barres vers FEMtools ne fonctionne pas. C'est pourquoi, il a été choisi de découper la poutre en trois parties constituées de caractéristiques différentes mais homogènes à l'intérieure même de chaque partie. La découpe de la poutre prise en compte est présente sur la figure 4.1.

Afin de déterminer les caractéristiques des trois zones, nous nous sommes basés sur des formules empiriques (3). La méthode se base sur le calcul d'un module de Young et d'un module de cisaillement équivalents, respectivement selon les formules (4.1) et (4.2) :

$$E_{eq} = E_m \frac{1 + \xi \eta_E V_f}{1 - \eta_E V_f} \quad (4.1)$$

$$G_{eq} = G_m \frac{1 + \xi \eta_G V_f}{1 - \eta_G V_f} \quad (4.2)$$

Puis, de ces deux modules équivalents, on en déduit le coefficient de Poisson équivalent suivant la formule donnée en équation (4.3) :

$$\nu_{eq} = \frac{E_{eq}}{2G_{eq}} - 1 \quad (4.3)$$

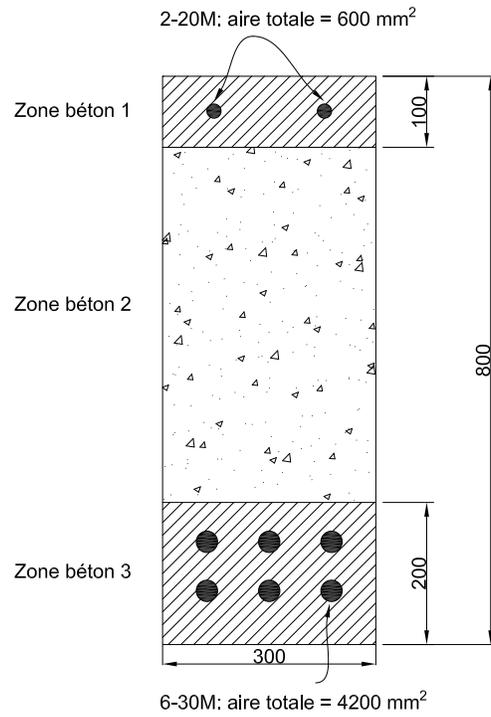


Figure 4.1 – Découpage de la poutre en trois zones de caractéristiques différentes

$$\text{où} = \left\{ \begin{array}{l} \eta_E = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi} \\ \eta_G = \frac{\frac{G_f}{G_m} - 1}{\frac{G_f}{G_m} + \xi} \\ \xi \text{ est déterminé à partir de graphiques fournis dans l'article [17]} \\ V_f = V_s = \frac{\text{Surface des barres d'acier}}{\text{Surface de béton}} \\ E_m = 25,910 \text{ GPa} \\ G_m = 10 \text{ GPa} \end{array} \right.$$

Pour la partie supérieure de la poutre,  $V_f = 0,02$  et pour la partie inférieure,  $V_f = 0,07$ .

Une valeur moyenne  $\xi = 2,0$  a été choisie comme coefficient d'homogénéisation. Les valeurs obtenues sont fournies dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1 – Valeurs des paramètres du béton

	$E_{eq}$ (GPa)	$G_{eq}$ (GPa)	$\nu_{eq}$
Armatures supérieures	25.04	10.51	0.1915
Armatures inférieures	27.76	11.62	0.1951

#### 4.1.2 Modélisation des caractéristiques de la poutre

Afin de modéliser les différentes parties de la poutre, trois géométries différentes ont été créées puis assemblées sur ABAQUS. La densité utilisée pour le béton armé est  $\rho = 2350 \text{ kg/m}^3$ .

##### Choix du maillage

Un maillage grossier (Figure 4.2), avec un pas moyen de 1m, est choisi pour débiter. Il est formé d'éléments quadratiques avec 20 nœuds par éléments (C3D20R).

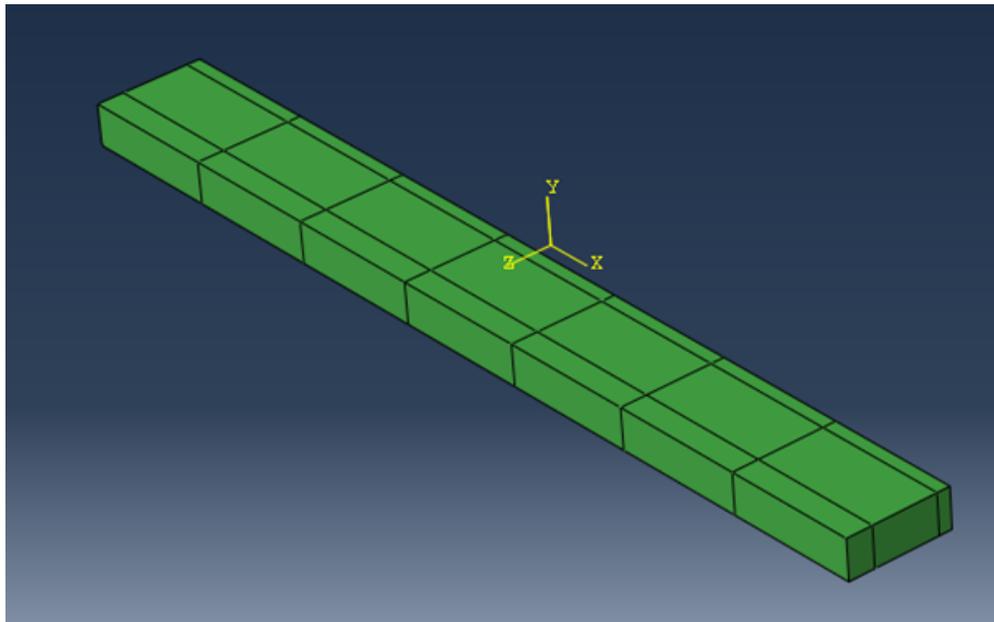


Figure 4.2 – Maillage grossier de la poutre

En testant différentes finesses de maillage sur le modèle de poutre, on a pu remarquer qu'avec une cinquantaine d'éléments les solutions convergeaient pour les 20 premières fréquences propres.

Cependant, puisqu'on pense pousser ce modèle à capturer des informations plus localisées, il a été décidé de raffiner le maillage sans un coût de calcul trop élevé. Ainsi, un maillage avec un pas de 0.1 m (soit 1584 éléments) a été retenu. Le maillage a aussi été adapté pour inclure les sections étudiées dans le modèle filaire pour faciliter la comparaison entre les solutions par la suite. La modélisation finale avec 16 éléments est présentée sur la figure 4.3.

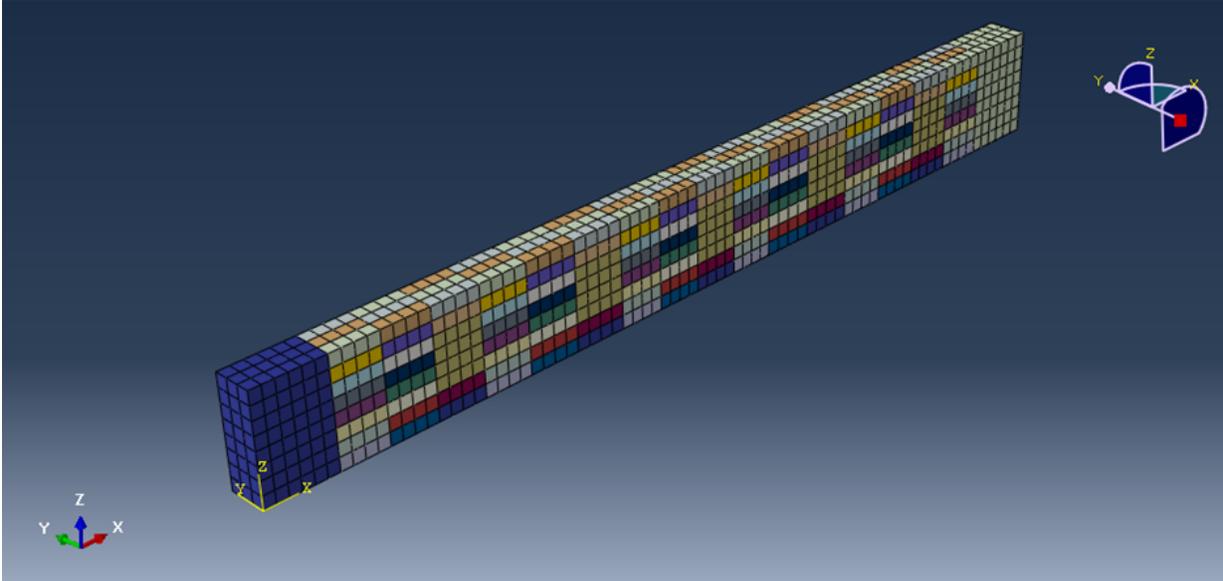


Figure 4.3 – Modélisation de la poutre PBA2 avec le paramétrage choisi.

### Modélisation des appuis

Chaque appui est modélisé par six ressorts : trois pour les translations sur les trois axes de l'espace et trois pour les rotations autour de ces mêmes axes. Le choix des valeurs initiales de rigidité à assigner à chaque ressort est assez inextricable puisqu'aucune caractérisation des appuis n'est connue à l'avance. Les mêmes valeurs de départ utilisées pour le modèle filaire seront repris ici, soit :

- $k_x = k_z = 1 \times 10^8 \text{ N/m}$  ;
- $k_y = 100 \text{ N/m}$  et
- $k_{\theta_x} = k_{\theta_y} = k_{\theta_z} = 1 \times 10^8 \text{ N.m/rad}$ .

Une fois le modèle testé pour vérifier ses caractéristiques modales, il a été exporté vers FEMtools pour le recalage et la détection des endommagements.

## 4.2 MODÉLISATION SOUS FEMTOOLS

Les 10 modes de vibration caractérisés expérimentalement ont été utilisés comme réponses pour recalibrer le modèle 3D. L'appariement a été fait pour trouver les rangs des modes numériques analogues aux 10 modes expérimentaux. Les valeurs initiales utilisées pour les rigidités des appuis sont indiquées dans le tableau 4.2. Les fréquences propres qui sont utilisées comme réponses dans le processus de recalage sont données au tableau 4.3. L'appariement des modes avec les valeurs initiales est donné au tableau 4.4. Les paramètres qui seront utilisés dans la suite sont classés au tableau 4.5.

Tableau 4.2 – Valeurs des rigidités déterminées par une analyse d'appariement des modes

	<b>Appui en T</b>	Rouleau
KX (N/m)	$1.00 \times 10^{16}$	$1.00 \times 10^2$
KY (N/m)	$1.00 \times 10^8$	$1.00 \times 10^8$
KZ (N/m)	$1.46 \times 10^8$	$9.70 \times 10^8$
HX (N.m/rad)	$1.00 \times 10^6$	$1.00 \times 10^6$
HY (N.m/rad)	$1.00 \times 10^2$	$1.00 \times 10^2$
HZ (N.m/rad)	$1.00 \times 10^6$	$1.00 \times 10^6$

Tableau 4.3 – Fréquences des modes propres de la poutre PBA2 expérimentale

Mode	Fréquence (Hz)	Type
1	11.170	1 <sup>er</sup> mode latéral
2	25.270	1 <sup>er</sup> mode de torsion
3	29.482	1 <sup>er</sup> mode de flexion
4	45.047	2 <sup>ème</sup> mode latéral
5	73.247	2 <sup>ème</sup> mode de torsion
6	188.24	2 <sup>ème</sup> mode de flexion
7	203.26	3 <sup>ème</sup> mode latéral
8	251.97	3 <sup>ème</sup> mode de torsion
9	295.73	3 <sup>ème</sup> mode de flexion
10	335.29	4 <sup>ème</sup> mode de torsion

Les figures 4.4a à 4.4j montrent la corrélation entre les déformées des modes numériques et expérimentaux appariés. Les points rouges correspondent aux modes expérimentaux et les poutres bleues aux modes numériques.

Une analyse de sensibilité des paramètres sur les fréquences propres a été menée. de cette analyse il en est ressorti que :

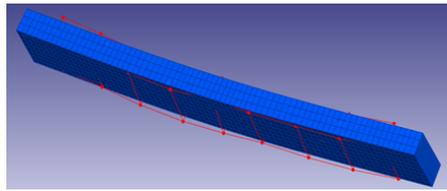
- pour tous les modes, les valeurs des rigidités des ressorts sont beaucoup plus sensibles que les modules d'Young.
- pour toute la partie centrale de la poutre, les paramètres de la partie supérieure de la poutre sont plus sensibles que les autres pour une même tranche.
- pour les rigidités des ressorts aux appuis, KX, HY et HZ ont une sensibilité négligeable par rapport aux autres paramètres.

Tableau 4.4 – Appariement des modes expérimentaux et numériques

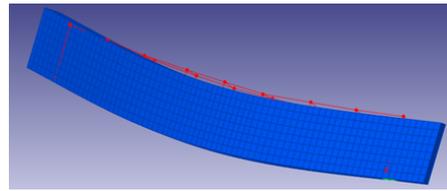
Appariement	FEA	EAM	MAC
1	1	1	96.8
2	2	2	85.2
3	3	3	96.8
4	4	4	95.0
5	5	5	93.7
6	12	7	97.8
7	13	6	89.1
8	14	8	88.9
9	15	9	87.3
10	17	10	92.8

Tableau 4.5 – Définition des paramètres utilisés dans l'analyse de sensibilité préliminaire

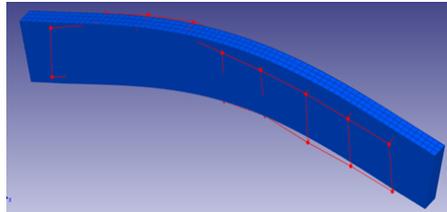
Numéro du paramètre	Set ou Élément	Type	Position sur la poutre
1	7	E	Extérieur des appuis en $x = 0 m$
2 à 129	8 à 135	E	Entre les appuis au 1 <sup>er</sup> plan
130 à 257	136 à 263	E	Entre les appuis au 2 <sup>ème</sup> plan
258 à 385	264 à 391	E	Entre les appuis au 3 <sup>ème</sup> plan
386	392	E	Extérieur des appuis en $x = 6.55 m$
387	1828	KX	Rouleau
388	1834	KX	T
389	1829	KY	Rouleau
390	1835	KY	T
391	1830	KZ	Rouleau
392	1836	KZ	T
393	1825	HX	Rouleau
394	1831	HX	T
395	1826	HY	Rouleau
396	1832	HY	T
397	1827	HZ	Rouleau
398	1833	HZ	T



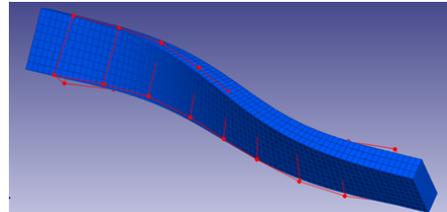
(a) Pair 01 MAC=96.8% (FEA 1 - 6.7738 Hz, EMA 1 - 11.170 Hz)



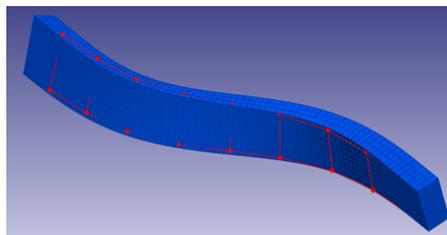
(b) Pair 02 MAC=85.2% (FEA 2 - 18.282 Hz, EMA 2 - 25.270 Hz)



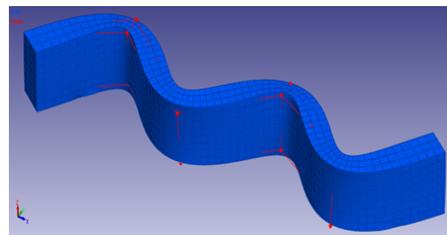
(c) Pair 03 MAC=96.7% (FEA 3 - 30.300 Hz, EMA 3 - 29.482 Hz)



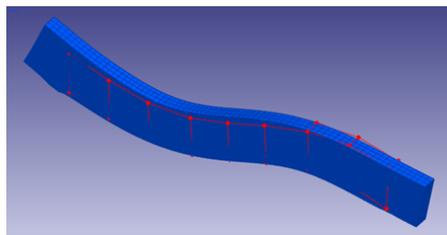
(d) Pair 04 MAC=95.0% (FEA 4 - 33.792 Hz, EMA 4 - 45.047 Hz)



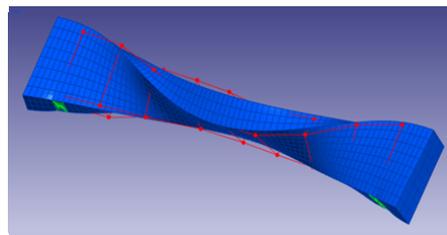
(e) Pair 05 MAC=93.7% (FEA 5 - 58.856 Hz, EMA 5 - 73.247 Hz)



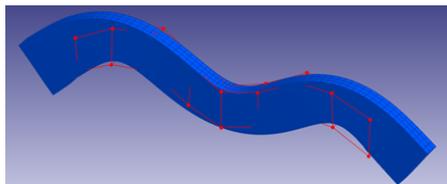
(f) Pair 06 MAC=95.0% (FEA 12 - 169.20 Hz, EMA 7 - 203.26 Hz)



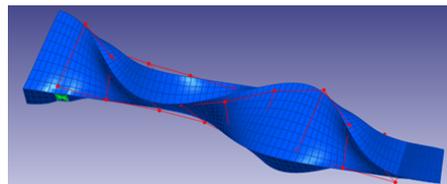
(g) Pair 07 MAC=89.9% (FEA 13 - 185.22 Hz, EMA 6 - 188.24 Hz)



(h) Pair 08 MAC=88.9% (FEA 14 - 197.78 Hz, EMA 8 - 251.97 Hz)



(i) Pair 09 MAC=87.2% (FEA 15 - 238.18 Hz, EMA 9 - 295.73 Hz)



(j) Pair 10 MAC=92.8% (FEA 17 - 282.33 Hz, EMA 10 - 335.29 Hz)

Figure 4.4 – Corrélation des déformées des modes numériques et expérimentaux

### 4.2.1 Recalage préliminaire sur les appuis

La méthodologie envisagée pour recalcr le modèle consiste en deux étapes :

- D'abord, recalcr les rigidités KX et KZ avec uniquement les modes de flexion, sans utiliser le mode 9. Ce mode a été exclu car son appariement n'a pas pu être réalisé, deux modes numériques se le partagent.
- Puis, recalcr HX et KY en utilisant les modes 1, 2 et 4. Bien que KY influence principalement le mode 4, HX a encore plus d'influence sur ce dernier, ce qui impose de recalcr les deux en même temps.

En procédant à un recalcr préliminaire sur chaque paramètre avec les modes influents on aboutit à un recalcr préliminaire des paramètres des appuis. Les valeurs sont données au tableau 4.6.

Tableau 4.6 – Valeurs des rigidités des ressorts aux appuis déterminées par le recalcr préliminaire

	Appui en T	Rouleau
KX ( $N/m$ )	$2.88 \times 10^9$	$5.32 \times 10^2$
KY ( $N/m$ )	$6.36 \times 10^8$	$5.58 \times 10^8$
KZ ( $N/m$ )	$1.02 \times 10^9$	$8.09 \times 10^8$
HX ( $N.m/rad$ )	$1.99 \times 10^7$	$5.32 \times 10^2$
HY ( $N.m/rad$ )	$4.67 \times 10^1$	$1.66 \times 10^2$
HZ ( $N.m/rad$ )	$1.00 \times 10^2$	$1.00 \times 10^2$

Avec ces valeurs des paramètres, les réponses modales obtenues sont présentées au tableau 4.7.

Tableau 4.7 – Corrélation entre les modes expérimentaux et numériques à la fin du recalcr préliminaire

Rang	EF	Fréquence	XP	Fréquence	Différence	MAC
		EF (Hz)		XP (Hz)	(%)	(%)
1	1	10.726	1	11.170	-3.97	90.1
2	2	25.472	2	25.270	0.80	92.4
3	3	29.625	3	29.482	0.48	95.2
4	4	42.813	4	45.047	-4.96	88.8
5	5	67.429	5	73.247	-7.94	89.5
6	11	168.39	7	203.26	-17.15	86.4
7	13	190.30	6	188.24	1.09	82.6
8	14	237.90	9	295.73	-19.55	86.5
9	15	239.13	8	251.97	-5.1	61.3
10	18	310.60	10	335.29	-7.36	85.4

### 4.2.2 Recalcr sur le béton

Une fois le recalcr préliminaire sur les appuis terminé, il faut intégrer les autres paramètres pour compléter le processus. La méthode suivie consiste à partir d'un paramétrage grossier sur le béton puis de l'affiner au besoin.

Diverses analyses ont été menées pour arriver à recaler la poutre en intégrant les composantes de béton. Plusieurs paramétrages ont été testés :

- Trois paramètres de béton sur la hauteur de la poutre ;
- Vingt-quatre paramètres de béton sur la longueur de la poutre ;
- Quarante paramètres de béton sur la longueur de la poutre ;
- Soixante-quatre paramètres de béton sur la longueur de la poutre ;

Au final, aucun paramétrage n'a permis de recalculer convenablement la poutre. Quand on arrive à approcher les réponses modales c'est au détriment du module de Young du béton qui a varié de façon invraisemblable au travers des paramètres.

### 4.2.3 Détection d'endommagement

Afin de déterminer si les endommagements réels sont détectables sous FEMtools avec la modélisation 3D, on a d'abord procédé à la détection d'endommagements simulés.

Pour se rapprocher du modèle filaire, pour lequel la détection d'endommagement simulé fonctionnait, il a été décidé de créer des blocs de paramètres sur toute la hauteur de la poutre.

Plusieurs essais ont dû être étudiés afin de trouver les meilleures conditions pour réaliser les calculs. Les réponses (fréquences, MAC et/ou modes), les paramètres (béton avec ou sans appuis), les dispersions (sur les appuis) et l'utilisation de borne sur le béton ont été analysés les uns après les autres pour obtenir les meilleurs résultats possibles. Différentes conclusions ont pu être tirées de toutes ces analyses :

- La borne sur les paramètres liés au béton est essentielle si on veut parvenir à des solutions acceptables sur les composantes de béton.
- Il faut diminuer la dispersion acceptée sur les paramètres des appuis pour éviter qu'ils reprennent la totalité des modifications. En effet, à cause de leur niveau de sensibilité plus élevé que les paramètres des composantes du béton, ils ont tendance à subir plus les variations même lorsque ce sont des éléments de béton qui ont été endommagés.
- Le choix des réponses influencent grandement les résultats. En plus des fréquences retenues, des valeurs de MAC et parfois aussi des déformées modales de certains modes doivent être sélectionnées pour arriver à avoir des résultats plus ou moins acceptables.
- Le processus a tendance à vouloir rendre symétrique le profil d'endommagement, même lorsqu'on impose un endommagement non symétrique.
- Dans tous les cas, on observe une diffusion de l'endommagement sur les paramètres autour (plus ou moins éloigné, suivant les cas) des paramètres modifiés.
- La détection fonctionne mieux lorsqu'on impose de l'endommagement au centre et en bas de la poutre et de manière symétrique.
- Lorsque la localisation est correcte, au niveau de l'intensité, on est toujours légèrement inférieur à la valeur imposée, ce qui vient certainement de la diffusion de l'endommagement qu'impose le calcul.

Même si les résultats avec les endommagements simulés n'étaient pas probants, des analyses sur les endommagements réels ont tout de même été tentées. Comme attendu, ces analyses n'ont pas abouti. Les résultats présentaient des dommages concentrés aux extrémités de la poutre alors que les résultats expérimentaux exhibent plutôt des endommagements vers le centre (Figure 3.21). La méthodologie utilisée avec les données expérimentales et l'outil de détection n'ont pas fonctionné pour le modèle 3D de PBA2.

# Détection d'endommagement dans la poutre PBA1-1

Pour la définition du modèle de la poutre PBA1-1, on part avec une valeur  $E_c = 24,000$  GPa comme module de rigidité du béton, la valeur trouvée lors des essais manquant de cohérence pour cette poutre. On utilise pour PBA1-1 aussi une section de béton modifiée valant  $A_m = 27,41 \times 10^{-2}$  m<sup>2</sup>. On choisit comme valeurs de départ des rigidités verticales des ressorts, celles trouvées à la suite du recalage du modèle PBA2, soit  $k_{y1} = 9,63 \times 10^8$  N/m et  $k_{y2} = 1,40 \times 10^8$  N/m. En rotation, la même rigidité  $k_\theta = 1000$  N·m/rad est utilisée pour les appuis.

## 5.1 RECALAGE

### 5.1.1 FEMtools

Le modèle géométrique ainsi que les paramètres utilisés pour implémenter la poutre PBA1-1 sont les mêmes que pour la poutre PBA2.

#### Analyse modale

À partir des valeurs initiales des paramètres, une analyse modale du système a été effectuée. Les valeurs des trois premières fréquences de flexion sont données au tableau 5.1.

Tableau 5.1 – Comparaison des fréquences mesurées et obtenues avec le modèle à partir des valeurs initiales des paramètres

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,44 Hz	29,85 Hz	1,4
$f_2$	188,12 Hz	165,35 Hz	$-1,4 \times 10^1$
$f_3$	298,62 Hz	291,70 Hz	-2,4

La figure 5.1a illustre l'appariement entre les fréquences propres pour ces valeurs initiales des paramètres et la répartition des valeurs de MAC pour les modes en correspondance est reproduite à la figure 5.1b. Les déformées numériques et expérimentales sont comparées à la figure 5.2.

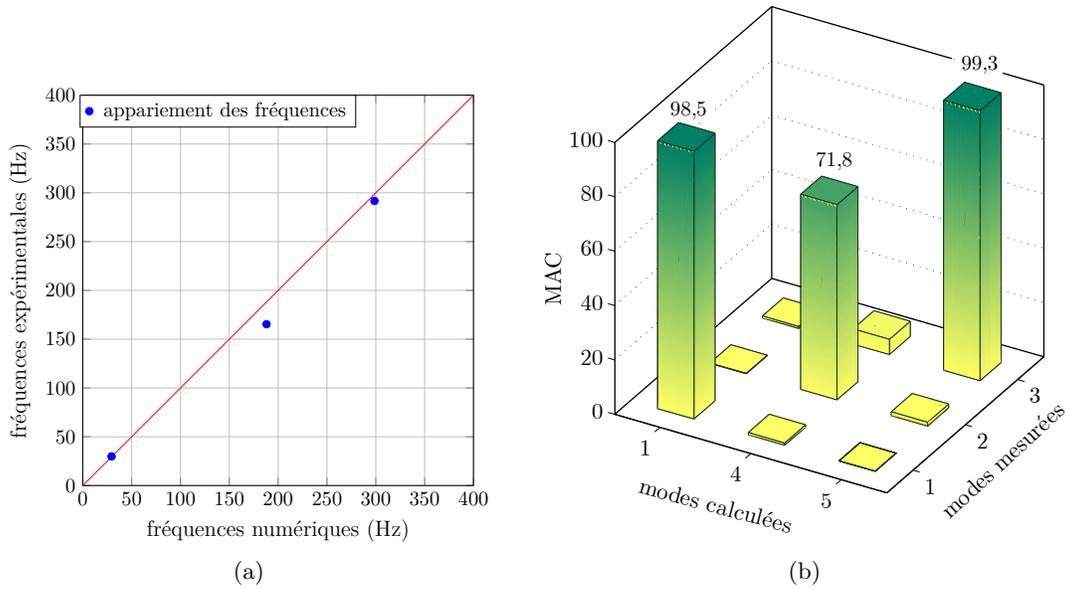


Figure 5.1 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 à partir avec des valeurs initiales des paramètres.

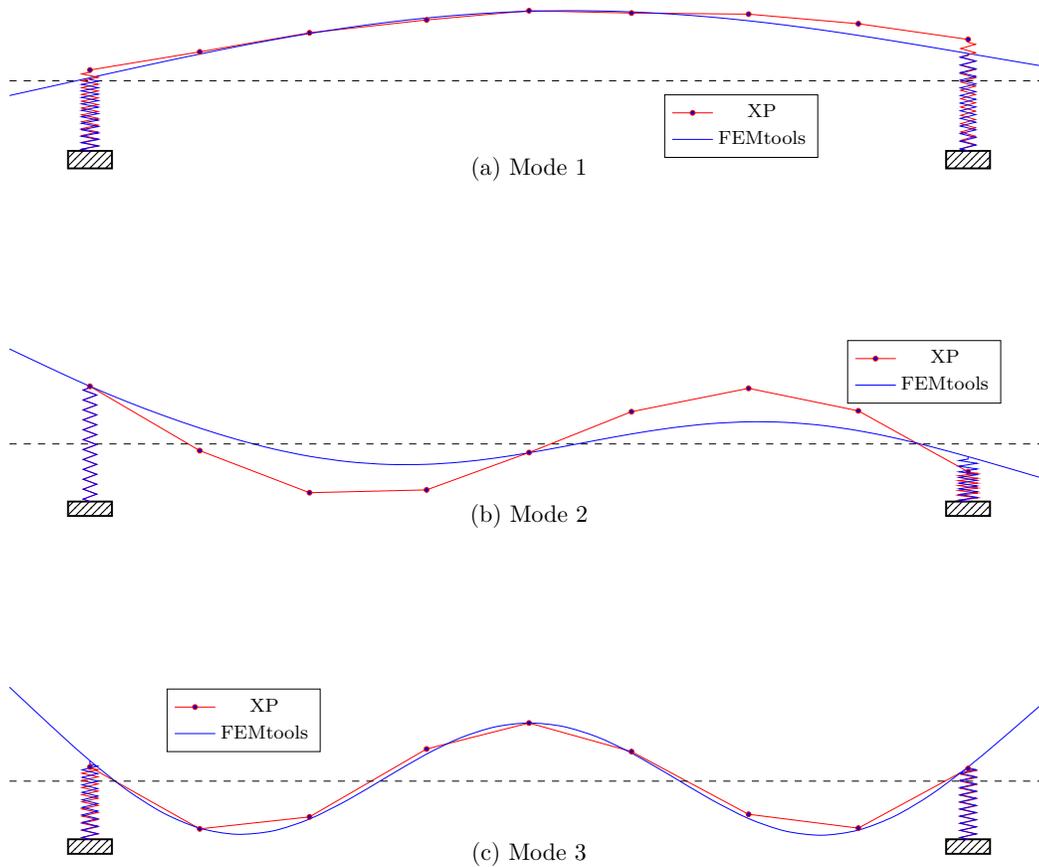


Figure 5.2 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 avec les valeurs initiales des paramètres.

## Recalage préliminaire

On procède à un premier recalage avec les valeurs initiales des paramètres. Dans cette première analyse, seules les rigidités des appuis seront considérées comme paramètres ; ainsi, le module de Young des différents éléments de la poutre vont garder la même valeur correspondant à la valeur initiale de 24,00 GPa. Aussi, les réponses retenues pour le recalage sont uniquement les trois fréquences propres mesurées.

En procédant à un recalage avec les options par défaut de FEMtools (pas de bornes spécifiées pour les paramètres, niveaux de confiance prédéfinis dans les paramètres et les réponses), on obtient les écarts entre les différentes réponses (Tableau 5.2 et Figure 5.3).

Tableau 5.2 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage préliminaire

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,84 Hz	29,85 Hz	$2,1 \times 10^{-2}$
$f_2$	165,35 Hz	165,35 Hz	$5,4 \times 10^{-3}$
$f_3$	293,18 Hz	291,70 Hz	$-5,1 \times 10^{-1}$

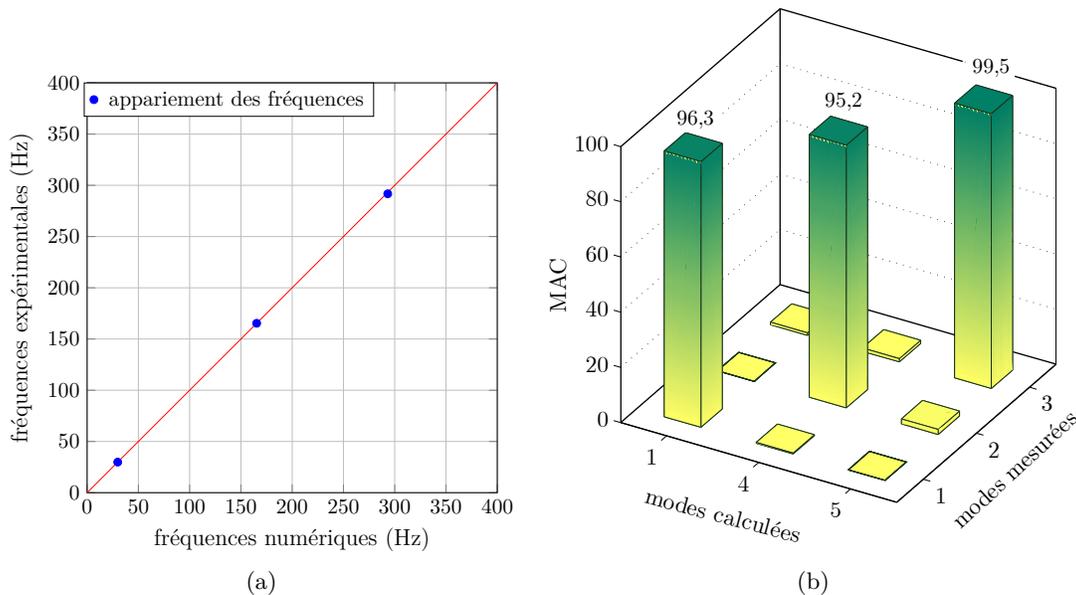


Figure 5.3 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage préliminaire.

Le profil des déformées modales est présenté à la figure 5.4. On peut remarquer que, à part pour l'appui de droite au mode 1 où les réponses divergent, les déformées sont devenues plus ressemblantes après ce recalage.

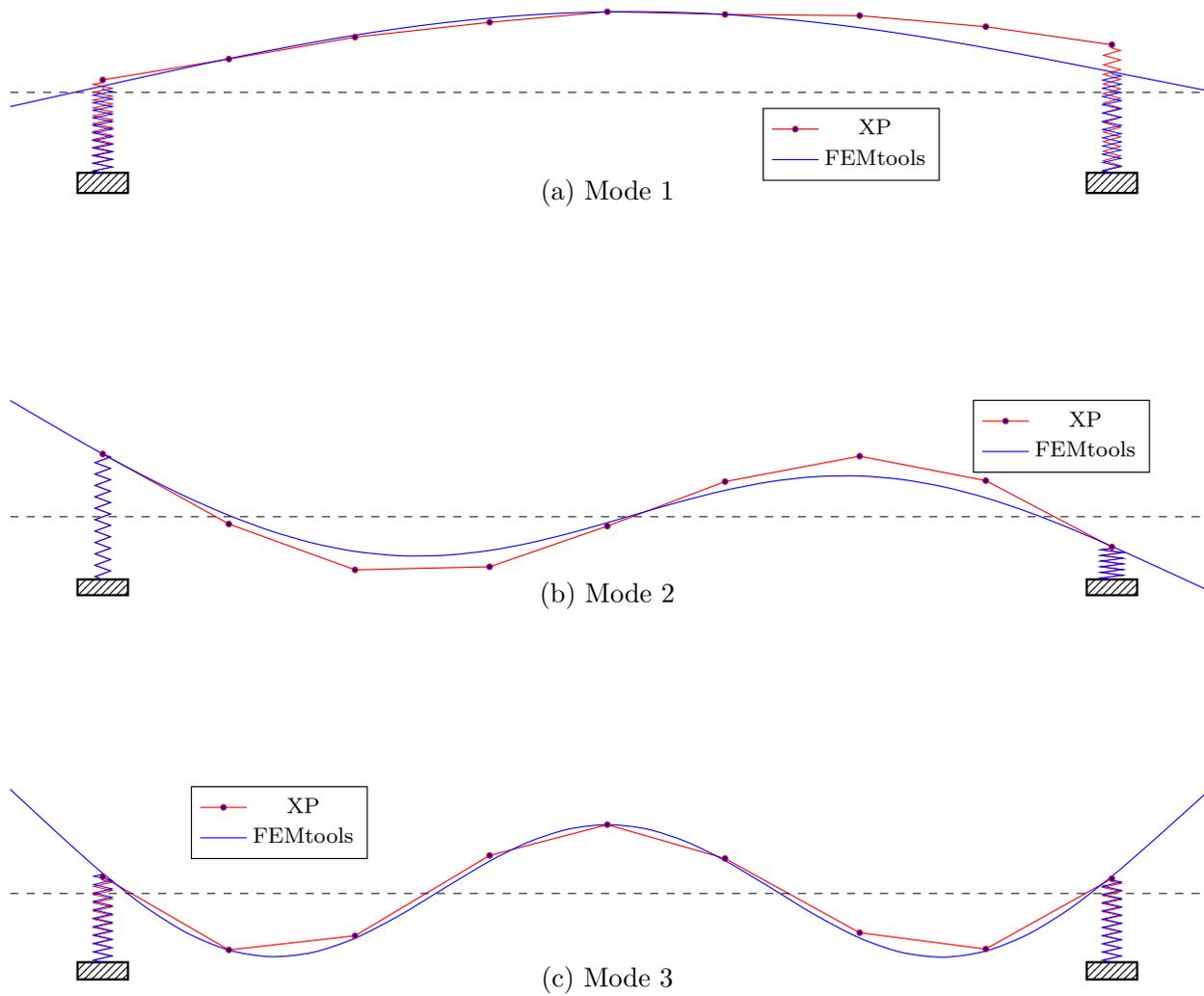


Figure 5.4 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage préliminaire à partir des valeurs initiales.

L'évolution des paramètres, suite à ce recalage, est donnée au tableau 5.3. La rigidité du ressort de l'appui 1 a quasiment diminué de 60 %, tandis que celle de l'appui 2 a augmenté d'autant.

Tableau 5.3 – Évolution des paramètres après le premier recalage

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$k_{y1}$	11	$5,70 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$
$k_{y2}$	12	$2,02 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$

### Raffinement du recalage

On introduit les huit paramètres liés à la rigidité des composantes de béton armé de la poutre. On rajoute comme réponses les MAC des trois modes numériques par rapport à leurs correspondants expérimentaux. Dans cette analyse, on se sert des estimations des paramètres de rigidité des appuis obtenus précédemment, soit  $k_{y1} = 5,70 \times 10^8 \text{ N/m}$  et  $k_{y2} = 2,02 \times 10^8 \text{ N/m}$ . Le module de Young de la poutre est encore pris à sa valeur initiale. Les niveaux de confiance dans les paramètres ainsi que dans les réponses sont laissés tels que prédéfinis, soit 25 % pour les paramètres, 1 % pour les fréquences propres et 10 % pour les MAC.

Les nouvelles réponses numériques obtenues après ce recalage sont comparées à leurs correspondantes expérimentales au tableau 5.4.

Tableau 5.4 – Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,85 Hz	29,85 Hz	$3,0 \times 10^{-3}$
$f_2$	165,34 Hz	165,35 Hz	$1,0 \times 10^{-2}$
$f_3$	291,75 Hz	291,70 Hz	$-1,5 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	96,80%	100,00%	3,20
MAC <sub>2</sub>	97,23%	100,00%	2,77
MAC <sub>3</sub>	99,48%	100,00%	0,52

De même, cette comparaison peut-être menée à partir des déformées modales (Figure 5.5). Les nouvelles valeurs des paramètres issues de ce recalage raffiné sont présentées au tableau 5.5. L'écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux composantes de la poutre étant de l'ordre de 15 %, on va procéder à un nouveau recalage du modèle.

Tableau 5.5 – Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,33 \times 10^{10} \text{ Pa}$
$E$	3	$2,45 \times 10^{10} \text{ Pa}$
$E$	4	$2,67 \times 10^{10} \text{ Pa}$
$E$	5	$2,35 \times 10^{10} \text{ Pa}$
$E$	6	$2,34 \times 10^{10} \text{ Pa}$
$E$	7	$2,60 \times 10^{10} \text{ Pa}$
$E$	8	$2,36 \times 10^{10} \text{ Pa}$
$E$	9	$2,30 \times 10^{10} \text{ Pa}$
$k_{y1}$	11	$5,26 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$
$k_{y2}$	12	$1,88 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$

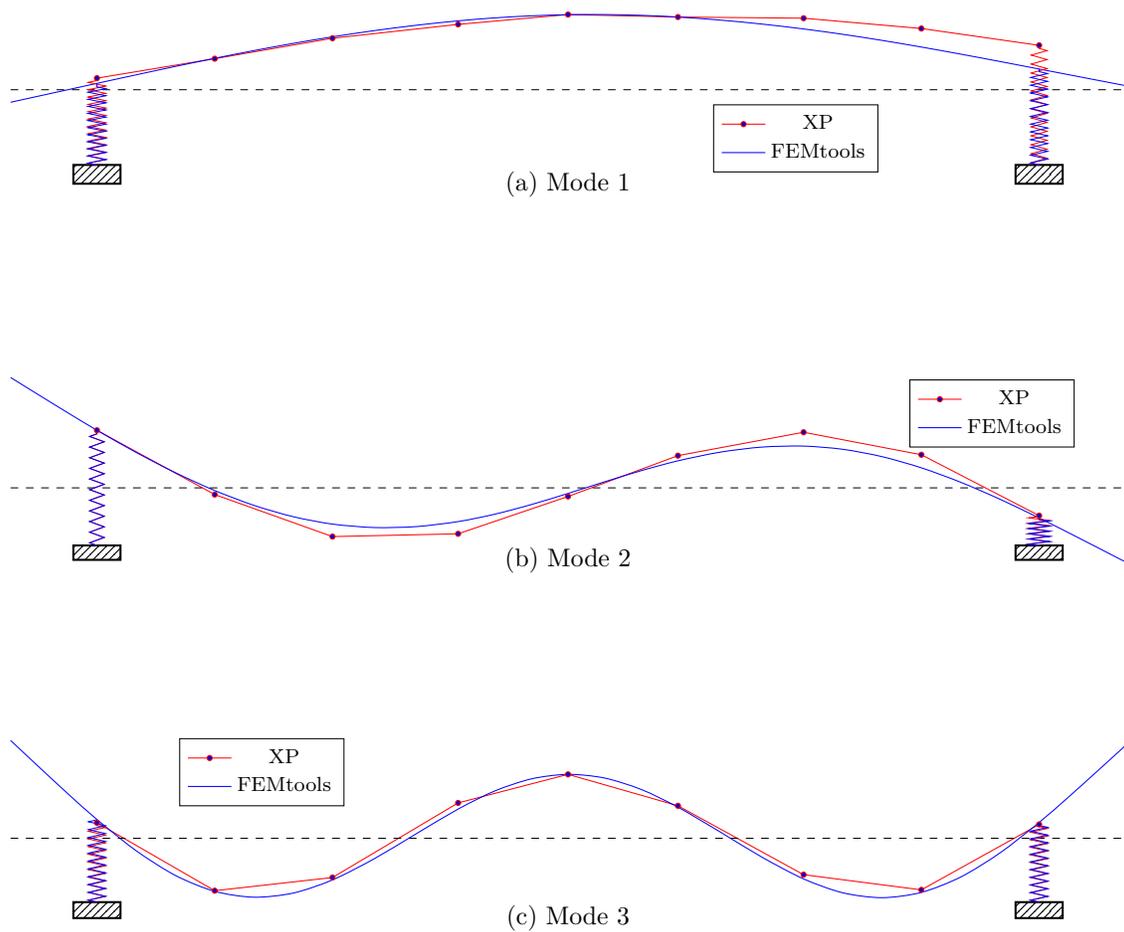


Figure 5.5 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage fin avec les niveaux de confiance par défaut.

### Nouveau raffinement du recalage

En appliquant un niveau de dispersion de 5 % sur les paramètres associés au module de Young et de 50 % sur les paramètres de rigidité des appuis, on trouve les nouvelles réponses qui sont présentées au tableau 5.6.

Les valeurs des paramètres pour le recalage final de la poutre PBA2 sont rapportées dans le tableau 5.7. L'écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux tronçons de la poutre est de l'ordre de 2 %. Le modèle de la poutre PBA1-1 est recalé par rapport à FEMtools.

Tableau 5.6 – Réponses après le deuxième recalage avec les dispersions imposées

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,84 Hz	29,85 Hz	$2,2 \times 10^{-2}$
$f_2$	165,23 Hz	165,35 Hz	$7,3 \times 10^{-2}$
$f_3$	291,98 Hz	291,70 Hz	$-9,3 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	96,23%	100,00%	3,77
MAC <sub>2</sub>	95,16%	100,00%	4,84
MAC <sub>3</sub>	99,50%	100,00%	0,50

Tableau 5.7 – Valeurs des paramètres pour le modèle de la poutre PBA1-1 recalé

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,37 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$5,71 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$2,04 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

### 5.1.2 Outil Matlab

#### Recalage préliminaire

Dans cette première analyse, en procédant comme avec FEMtools, les mêmes paramètres (ainsi que leurs valeurs initiales) et les mêmes réponses seront considérés pour recalculer le modèle.

À la fin de l'analyse de recalage préliminaire, les valeurs des paramètres trouvées sont énumérées dans le tableau 5.8. Les réponses suite à ce recalage préliminaire sont présentées au tableau 5.9. Les mêmes informations sont reprises à la figure 5.6.

Tableau 5.8 – Évolution des paramètres après le premier recalage avec l'outil Matlab

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$k_{y1}$	11	$5,69 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$
$k_{y2}$	12	$2,02 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$

Tableau 5.9 – Réponses obtenues après le premier recalage avec l'outil Matlab

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,84 Hz	29,85 Hz	$2,1 \times 10^{-2}$
$f_2$	165,29 Hz	165,35 Hz	$4,1 \times 10^{-2}$
$f_3$	293,18 Hz	291,70 Hz	$-5,1 \times 10^{-1}$
MAC <sub>1</sub>	96,35%	100,00%	3,65
MAC <sub>2</sub>	95,29%	100,00%	4,71
MAC <sub>3</sub>	99,47%	100,00%	0,53

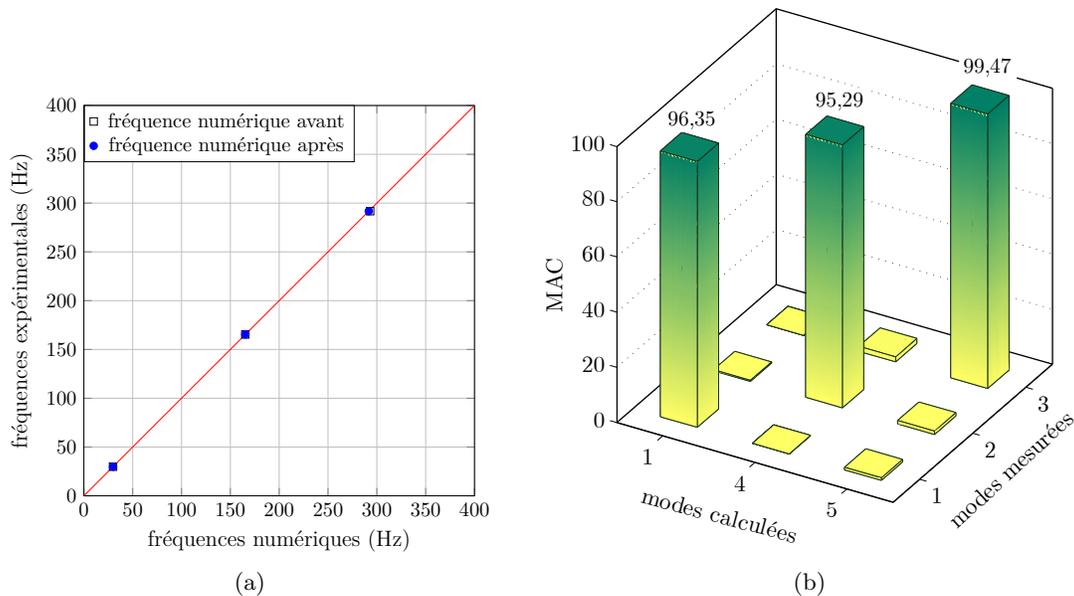


Figure 5.6 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage préliminaire.

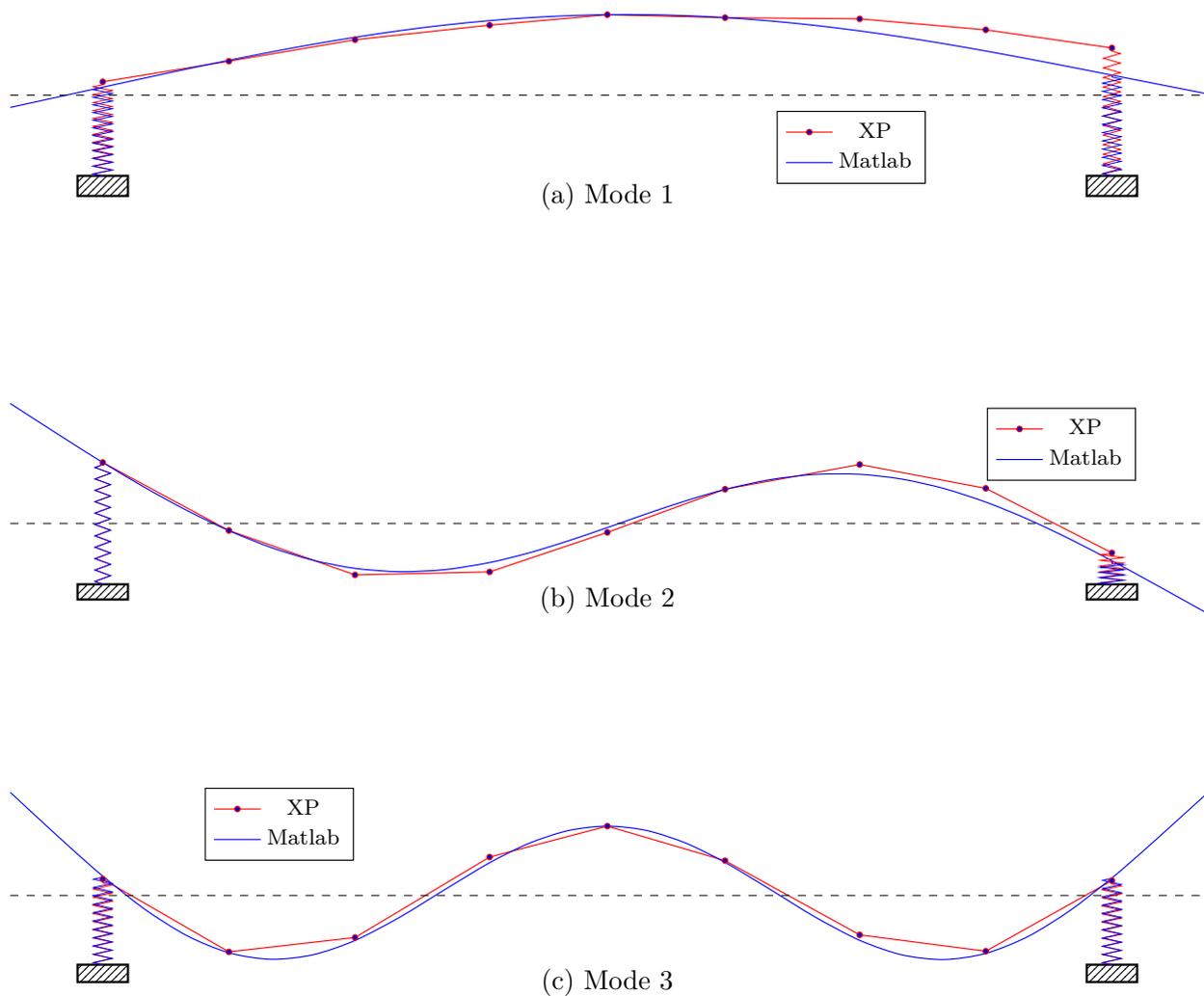


Figure 5.7 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage préliminaire.

### Raffinement du recalage

On introduit les huit paramètres liés à la rigidité des composantes de béton armé de la poutre, aboutissant à un total de 10 paramètres. Dans cette nouvelle analyse, on se sert des estimations des paramètres de rigidité des appuis obtenus précédemment, soit  $k_{y1} = 5,69 \times 10^8$  N/m et  $k_{y2} = 2,02 \times 10^8$  N/m. Le module de Young de la poutre est encore pris à sa valeur initiale. Les nouvelles réponses numériques obtenues après ce recalage sont comparées à leurs correspondantes expérimentales (Tableau 5.10 et Figures 5.8 et 5.9).

Les nouvelles valeurs des paramètres issues de ce recalage raffiné sont présentées au tableau 5.11. L'écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux tronçons de la poutre est de l'ordre de 60 %. On procédera à un nouveau recalage pour tenter d'obtenir des valeurs acceptables des composantes de béton de la poutre.

Tableau 5.10 – Réponses obtenues après le deuxième recalage avec l'outil Matlab

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	29,85 Hz	29,85 Hz	$3,3 \times 10^{-3}$
$f_2$	165,35 Hz	165,35 Hz	$4,0 \times 10^{-4}$
$f_3$	291,71 Hz	291,70 Hz	$-3,2 \times 10^{-3}$
MAC <sub>1</sub>	99,53%	100,00%	0,47
MAC <sub>2</sub>	98,90%	100,00%	1,10
MAC <sub>3</sub>	99,53%	100,00%	0,47

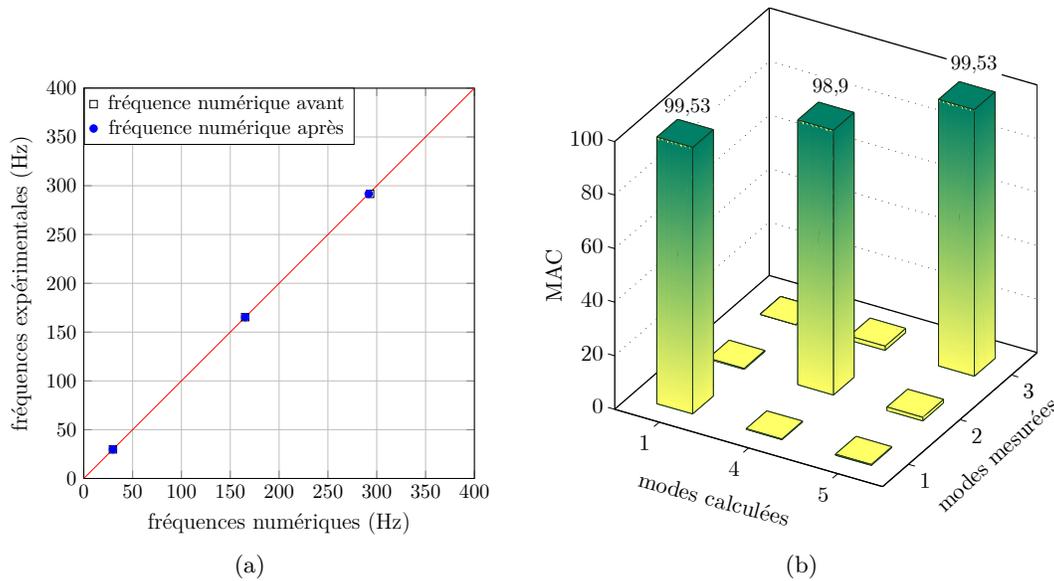


Figure 5.8 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage en rajoutant les paramètres liés aux modules de Young de la poutre.

Tableau 5.11 – Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec l'outil Matlab

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
E	2	$1,90 \times 10^{10}$ Pa
E	3	$2,52 \times 10^{10}$ Pa
E	4	$3,64 \times 10^{10}$ Pa
E	5	$2,70 \times 10^{10}$ Pa
E	6	$3,16 \times 10^{10}$ Pa
E	7	$3,30 \times 10^{10}$ Pa
E	8	$1,95 \times 10^{10}$ Pa
E	9	$2,20 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$4,49 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,25 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

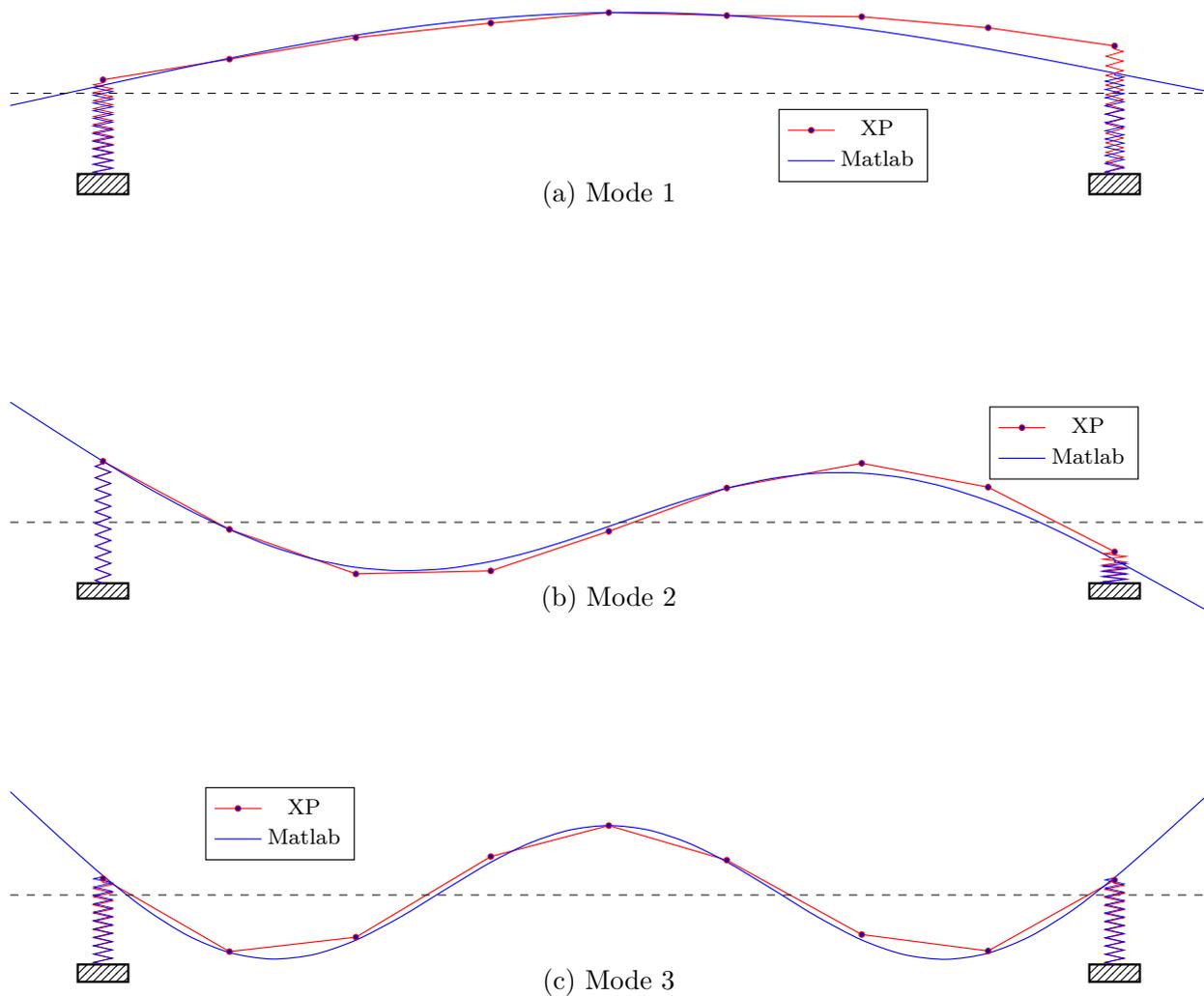


Figure 5.9 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un nouveau recalage.

### Nouveau raffinement du recalage

En appliquant une restriction brute sur les paramètres liés au module de Young de la poutre, on obtient les réponses présentées à la figure 5.10 et au tableau 5.12.

En comparant l'évolution des paramètres au tableau 5.13, on obtient un écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux tronçons de la poutre du même ordre que celui obtenu avec FEMtools, soit 2 %. De plus, les valeurs obtenues pour les paramètres liés aux raideurs des appuis sont proches de celles tirées de l'analyse avec FEMtools. Ce modèle sera accepté comme étant le modèle de référence pour la suite des implémentations avec l'outil Matlab.

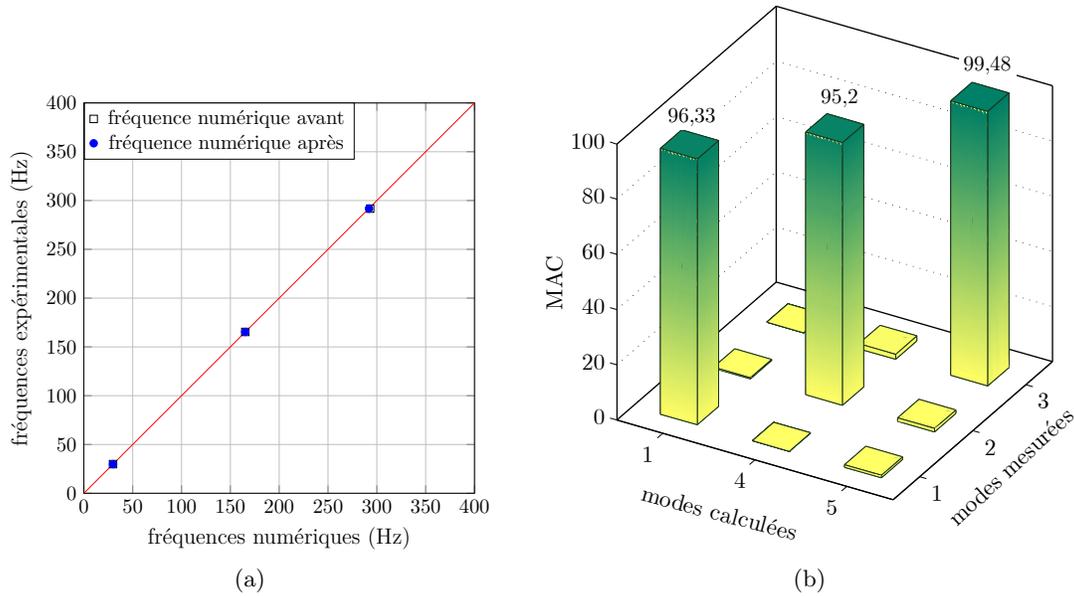


Figure 5.10 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après un recalage en limitant les variations de  $E$  le long de la poutre.

Tableau 5.12 – Réponses obtenues après le premier recalage avec des restrictions sur les  $E$

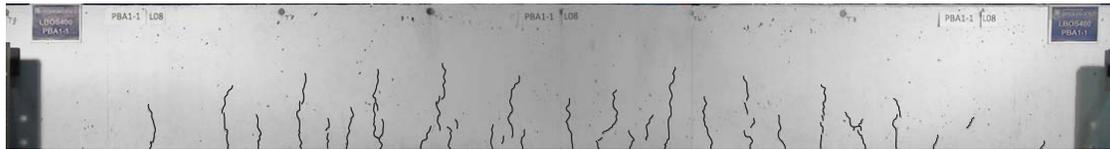
Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	29,84 Hz	29,85 Hz	$4,3 \times 10^{-2}$
$f_2$	165,25 Hz	165,35 Hz	$6,4 \times 10^{-2}$
$f_3$	291,95 Hz	291,70 Hz	$-8,3 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	96,33%	100,00%	3,67
MAC <sub>2</sub>	95,20%	100,00%	4,80
MAC <sub>3</sub>	99,48%	100,00%	0,52

Tableau 5.13 – Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec des restrictions sur les  $E$

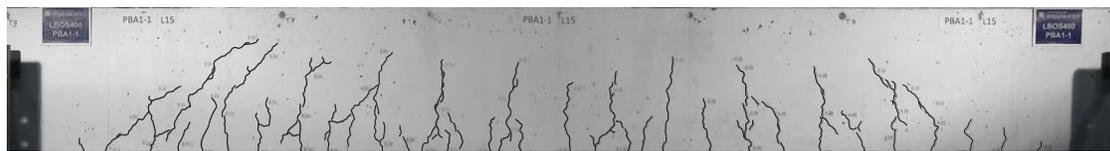
Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
E	2	$2,37 \times 10^{10}$ Pa
E	3	$2,37 \times 10^{10}$ Pa
E	4	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
E	5	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
E	6	$2,38 \times 10^{10}$ Pa
E	7	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
E	8	$2,37 \times 10^{10}$ Pa
E	9	$2,37 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$5,70 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$2,02 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

## 5.2 DÉTECTION D'ENDOMMAGEMENTS RÉELS

Les profils de fissures relevés lors des essais sur la poutre PBA1-1 [15] sont reproduits à la figure 5.11.



(a) État 1



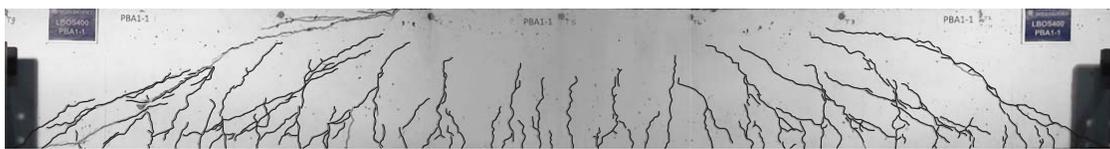
(b) État 2



(c) État 3



(d) État 4



(e) État 5

Figure 5.11 – États d'endommagement de la poutre PBA1-1.

Tirée de [15] on présente, à la figure 5.12, l'évolution des fréquences des modes de vibration pour la poutre PBA1-1 au fil des états d'endommagement de 1 à 4. Les résultats sont présentés en termes de fréquences relatives par rapport à la valeur de référence à l'état 0, pour les essais en FRF et les essais en FDD.

La figure 5.13 présente la progression des MAC entre la déformée d'un mode à un état donné et la déformée du même mode à l'état 0.

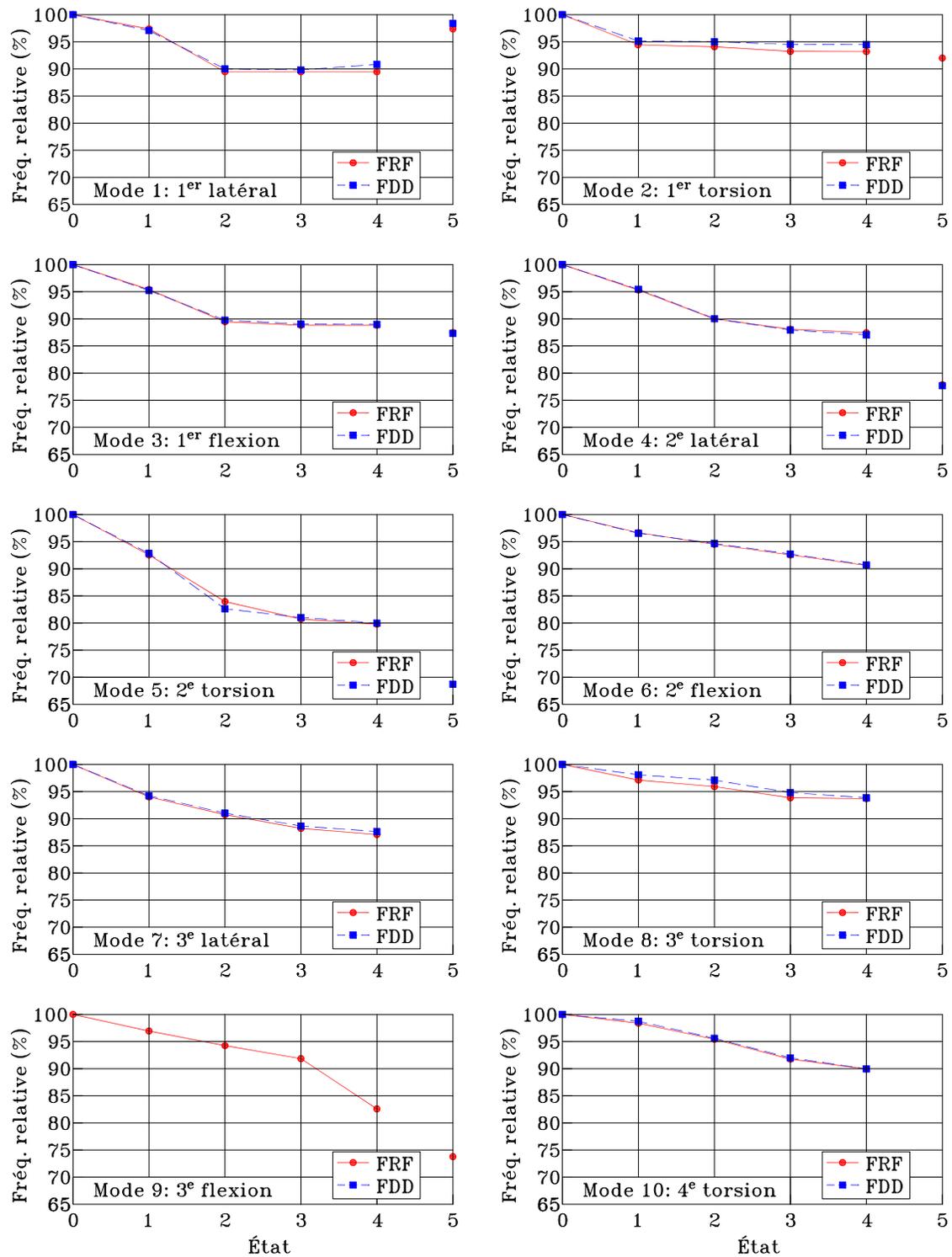


Figure 5.12 – Évolution des fréquences propres de la poutre PBA1-1.

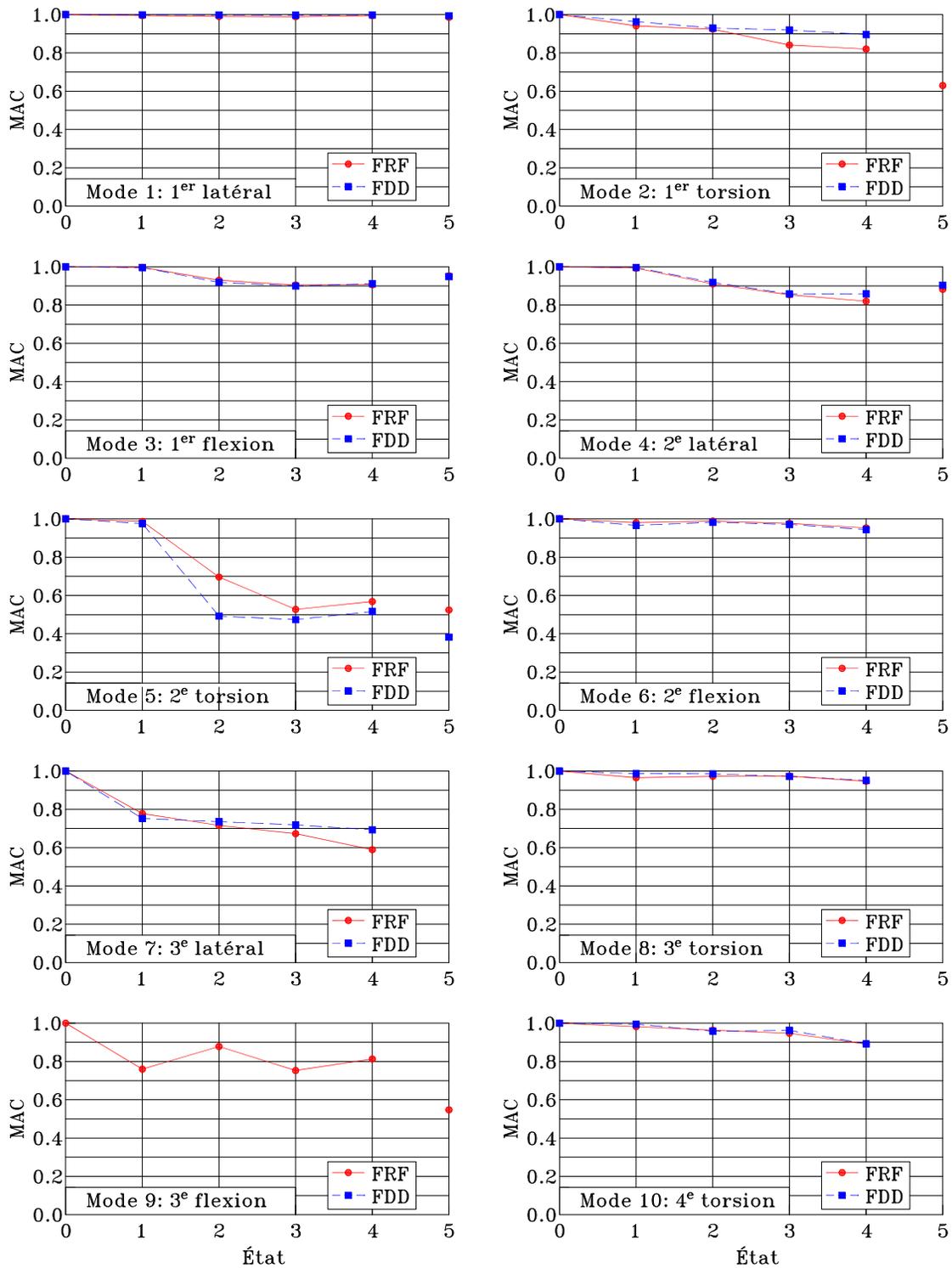


Figure 5.13 – Évolution des déformées modales de la poutre PBA1-1.

### 5.2.1 FEMtools

Dans les analyses qui suivent, on procède à des analyses séquentielles. Les réponses utilisées dans les analyses de détection sont les trois fréquences propres de flexion et les valeurs de MAC associées à ces fréquences propres. On empêche le module de young du béton de croître (`upper = 0`).

#### État 1

Une comparaison entre les modes propres du modèle recalé et ceux obtenus lors des essais de l'état 1 est faite au tableau 5.14.

Tableau 5.14 – Réponses pour l'état 1 avant mise à jour du modèle.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,84 Hz	28,53 Hz	-4,6
$f_2$	165,23 Hz	159,85 Hz	-3,4
$f_3$	291,98 Hz	282,76 Hz	-3,3
MAC <sub>1</sub>	95,83%	100,00%	4,17
MAC <sub>2</sub>	96,58%	100,00%	3,42
MAC <sub>3</sub>	99,62%	100,00%	0,38

Après avoir procédé à la mise à jour du modèle recalé, on obtient les nouvelles valeurs des fréquences propres et des MAC (Tableau 5.15). On peut voir combien FEMtools a amélioré la solution, au moins pour les fréquences propres.

Tableau 5.15 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 1.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	28,52 Hz	28,53 Hz	$5,6 \times 10^{-3}$
$f_2$	159,84 Hz	159,85 Hz	$5,6 \times 10^{-3}$
$f_3$	282,80 Hz	282,76 Hz	$-1,2 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	96,54%	100,00%	3,46
MAC <sub>2</sub>	97,65%	100,00%	2,35
MAC <sub>3</sub>	99,54%	100,00%	0,46

En observant les déformées modales, on peut confirmer que, pour les trois modes, les déformées sont plutôt bien évaluées numériquement sauf à l'appui de droite (Figure 5.14).

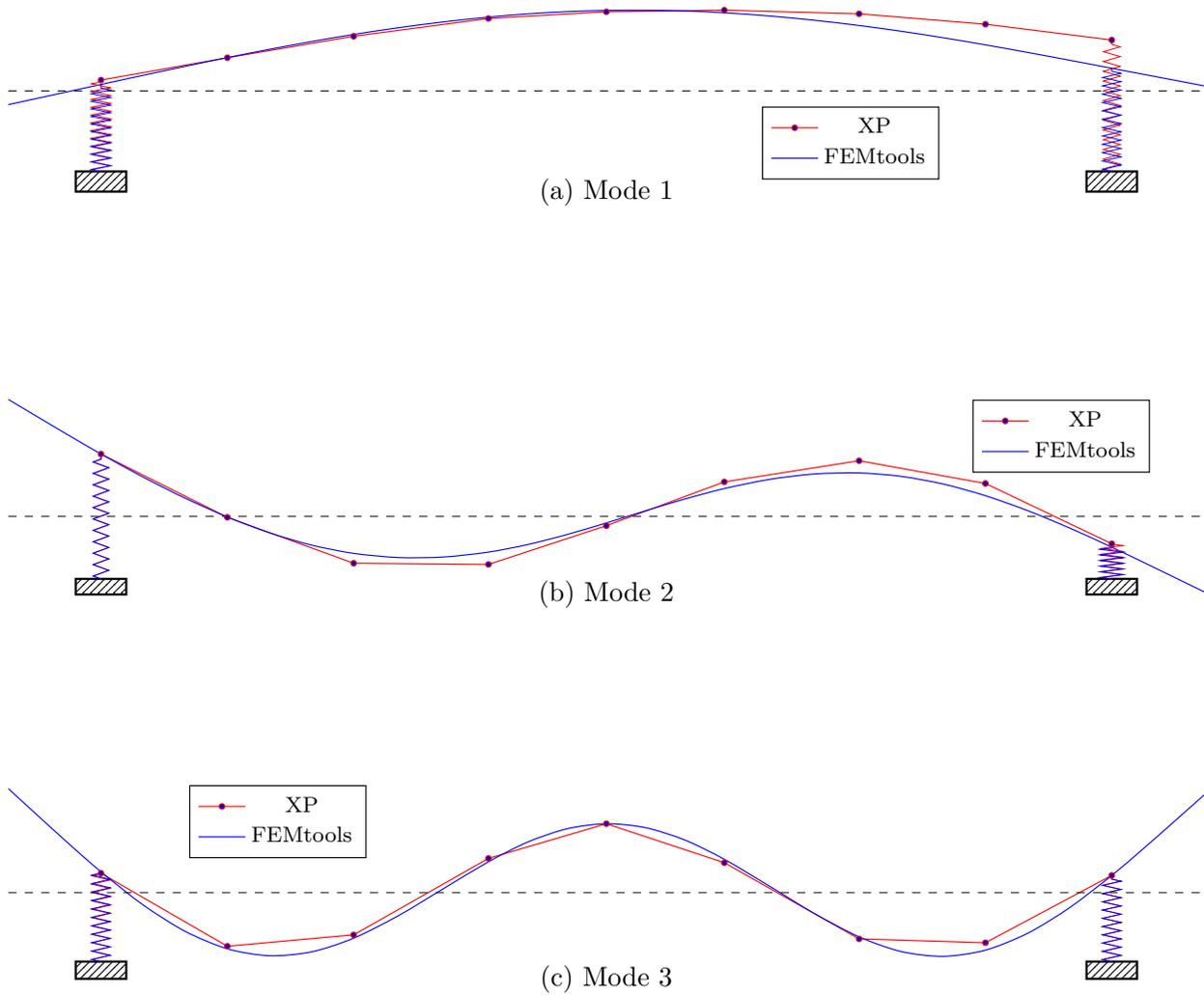


Figure 5.14 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après identification des paramètres pour l'état 1 (FEMtools).

La mise à jour vers l'état 1 fournit les nouvelles valeurs des paramètres notées au tableau 5.16.

Tableau 5.16 – Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 1

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,29 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,30 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,41 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,14 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,14 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,33 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,19 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,26 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$5,09 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,70 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

## État 2

Après la mise à jour vers l'état 2, à partir du modèle obtenu pour l'état 1, les fréquences propres obtenues concordent plutôt bien avec les réponses expérimentales (Tableau 5.17 et Figure 6.13).

Tableau 5.17 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 2.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	26,73 Hz	26,73 Hz	$1,2 \times 10^{-2}$
$f_2$	156,38 Hz	156,38 Hz	$3,8 \times 10^{-3}$
$f_3$	274,90 Hz	274,86 Hz	$-1,6 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	95,08%	100,00%	4,92
MAC <sub>2</sub>	98,38%	100,00%	1,62
MAC <sub>3</sub>	98,90%	100,00%	1,10

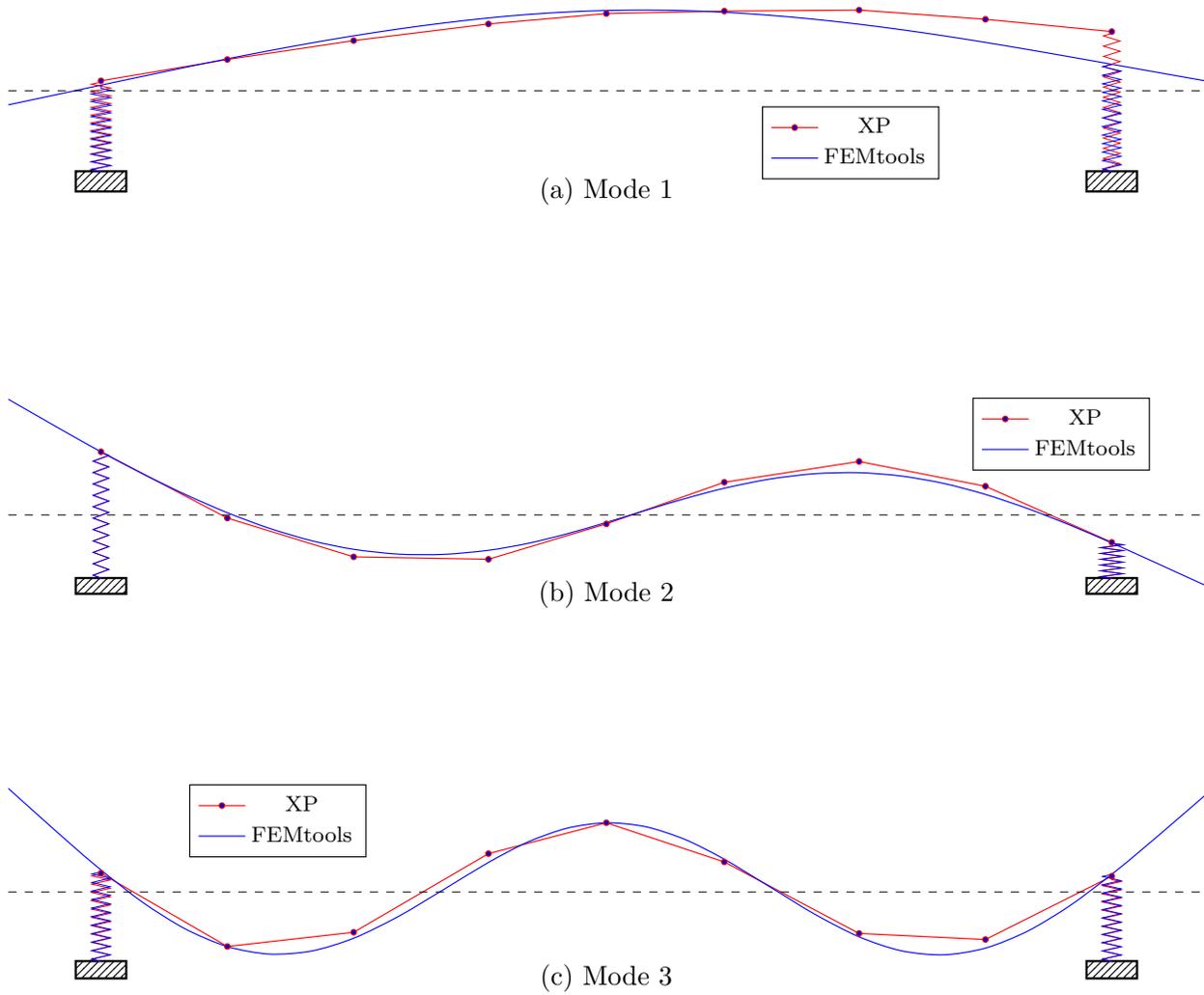


Figure 5.15 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après identification des paramètres pour l'état 2 (FEMtools).

Les nouvelles valeurs des paramètres obtenues pour l'état 2 sont inscrites au tableau 5.18.

Tableau 5.18 – Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 2

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,27 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,24 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,28 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$1,86 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$1,83 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,13 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,12 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,25 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$5,07 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,31 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

**État 3**

En procédant comme précédemment pour l'état 3, on obtient l'analogie entre les réponses numériques et expérimentales présentée au tableau 5.19 et à la figure 5.16.

Tableau 5.19 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 3.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	26,44 Hz	26,55 Hz	$4,0 \times 10^{-1}$
$f_2$	152,81 Hz	153,09 Hz	$1,8 \times 10^{-1}$
$f_3$	267,37 Hz	267,90 Hz	$2,0 \times 10^{-1}$
MAC <sub>1</sub>	94,57%	100,00%	5,43
MAC <sub>2</sub>	98,56%	100,00%	1,44
MAC <sub>3</sub>	98,59%	100,00%	1,41

Encore une fois, les réponses sont concordantes.

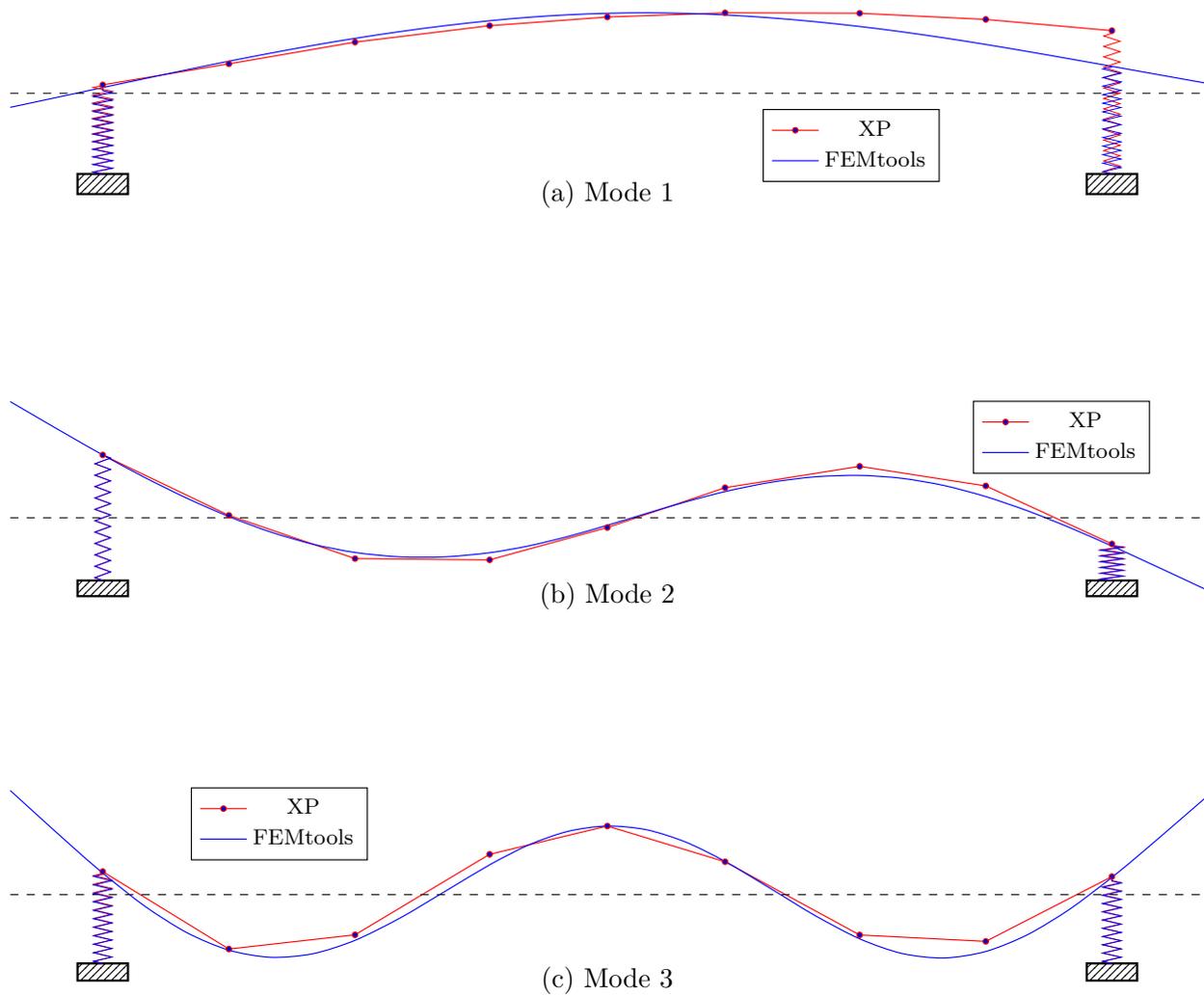


Figure 5.16 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après identification des paramètres pour l'état 3 (FEMtools).

Les valeurs des paramètres permettant d'obtenir ces réponses pour l'état 3 sont données au tableau 5.20.

Tableau 5.20 – Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 3

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,07 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,09 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,28 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$1,86 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$1,83 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,13 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$1,93 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,09 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$4,79 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,26 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

#### État 4

Après identification des paramètres pour l'état 4, on obtient les réponses modales numériques qui sont comparées à leurs homologues expérimentales au tableau 5.21 et à la figure 5.17.

Tableau 5.21 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 4.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	26,43 Hz	26,55 Hz	$4,6 \times 10^{-1}$
$f_2$	149,45 Hz	149,97 Hz	$3,5 \times 10^{-1}$
$f_3$	240,81 Hz	240,80 Hz	$-5,4 \times 10^{-3}$
MAC <sub>1</sub>	93,12%	100,00%	6,88
MAC <sub>2</sub>	94,03%	100,00%	5,97
MAC <sub>3</sub>	98,77%	100,00%	1,23

Les nouvelles valeurs des paramètres sont groupées dans le tableau 5.22.

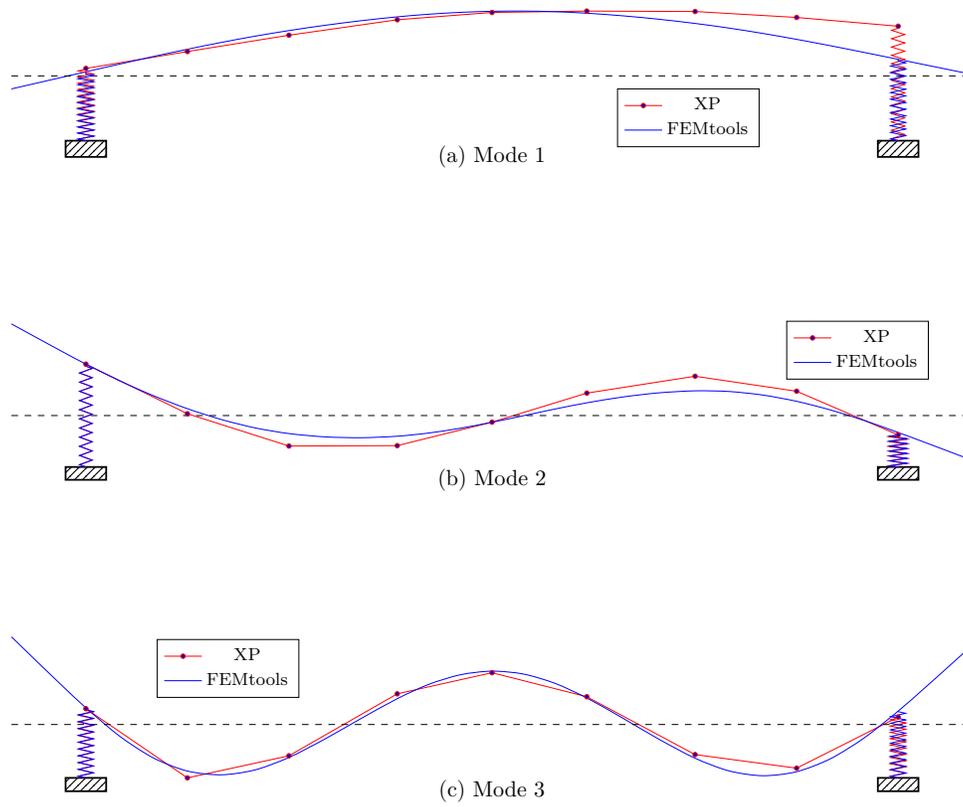


Figure 5.17 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après identification des paramètres pour l'état 4 (FEMtools).

Tableau 5.22 – Évolution des paramètres après mise à jour du modèle pour l'état 4

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$1,36 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$1,60 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,28 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$1,86 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$1,73 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,13 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$1,55 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$1,48 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$5,45 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,57 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

Cette évolution des paramètres des états 1 à 4 pour les essais réalisés sur la poutre PBA1-1 est récapitulée à la figure 5.18.

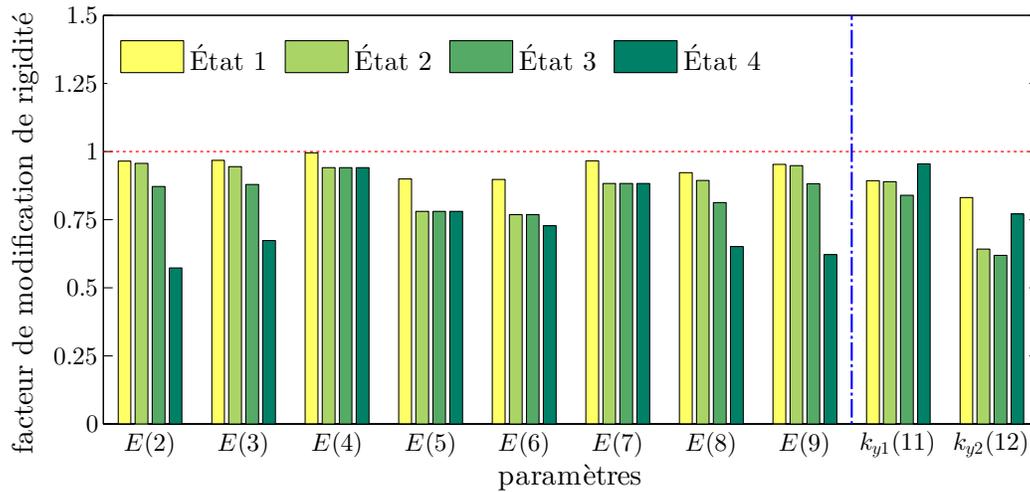


Figure 5.18 – Évolution des rigidités de PBA1-1 au fil des essais avec des restrictions sur les composantes en béton (FEMtools).

Si on enlève la condition de non augmentation pour les paramètres liés aux éléments de béton de la poutre, on obtient le profil d'endommagement indiqué à la figure 5.18.

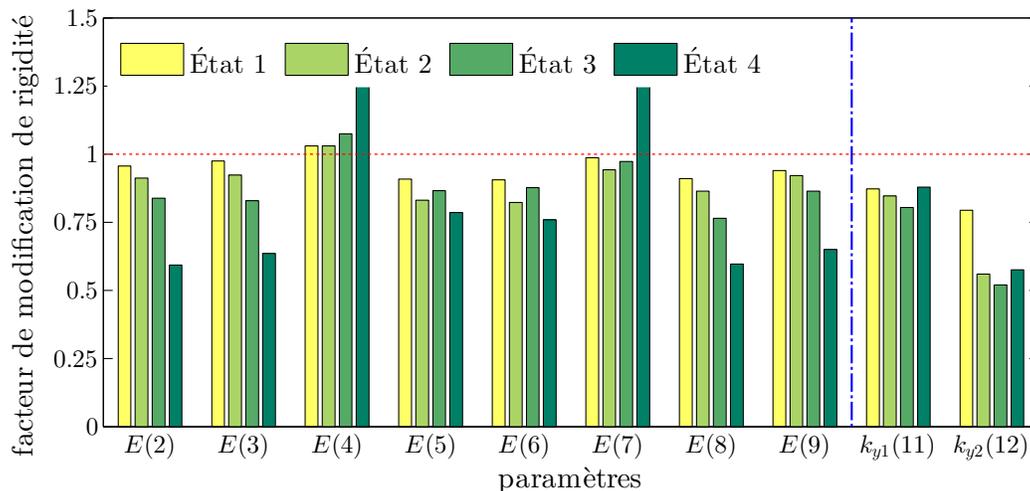


Figure 5.19 – Évolution des rigidités de PBA1-1 au fil des essais (FEMtools).

On peut remarquer l'amélioration de la solution suite à l'ajout de la borne supérieure dans l'analyse. En se basant sur l'évolution affichée à la figure 5.18, la poutre ne semble pas s'endommager graduellement vers son centre, mais plutôt vers les appuis.

## 5.2.2 Outil Matlab

Les mêmes analyses sur la poutre PBA1-1 ont été réalisées avec l'outil Matlab. Dans cette section, l'approche utilisée suit celle présentée avec FEMtools, soit des analyses séquentielles avec

une borne imposée aux composantes de béton.

### État 1

Après avoir procédé à l'identification des paramètres à l'état 1, on obtient les nouvelles valeurs des fréquences propres et des MAC (Tableau 5.23). Les déformées modales pour les trois modes propres sont schématisées à la figure 5.20.

Tableau 5.23 – Réponses obtenues après détection de l'état 1

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	28,57 Hz	28,57 Hz	$-7,3 \times 10^{-4}$
$f_2$	159,84 Hz	159,86 Hz	$1,3 \times 10^{-2}$
$f_3$	282,76 Hz	282,73 Hz	$-1,2 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	96,52%	100,00%	3,48
MAC <sub>2</sub>	97,64%	100,00%	2,36
MAC <sub>3</sub>	99,64%	100,00%	0,36

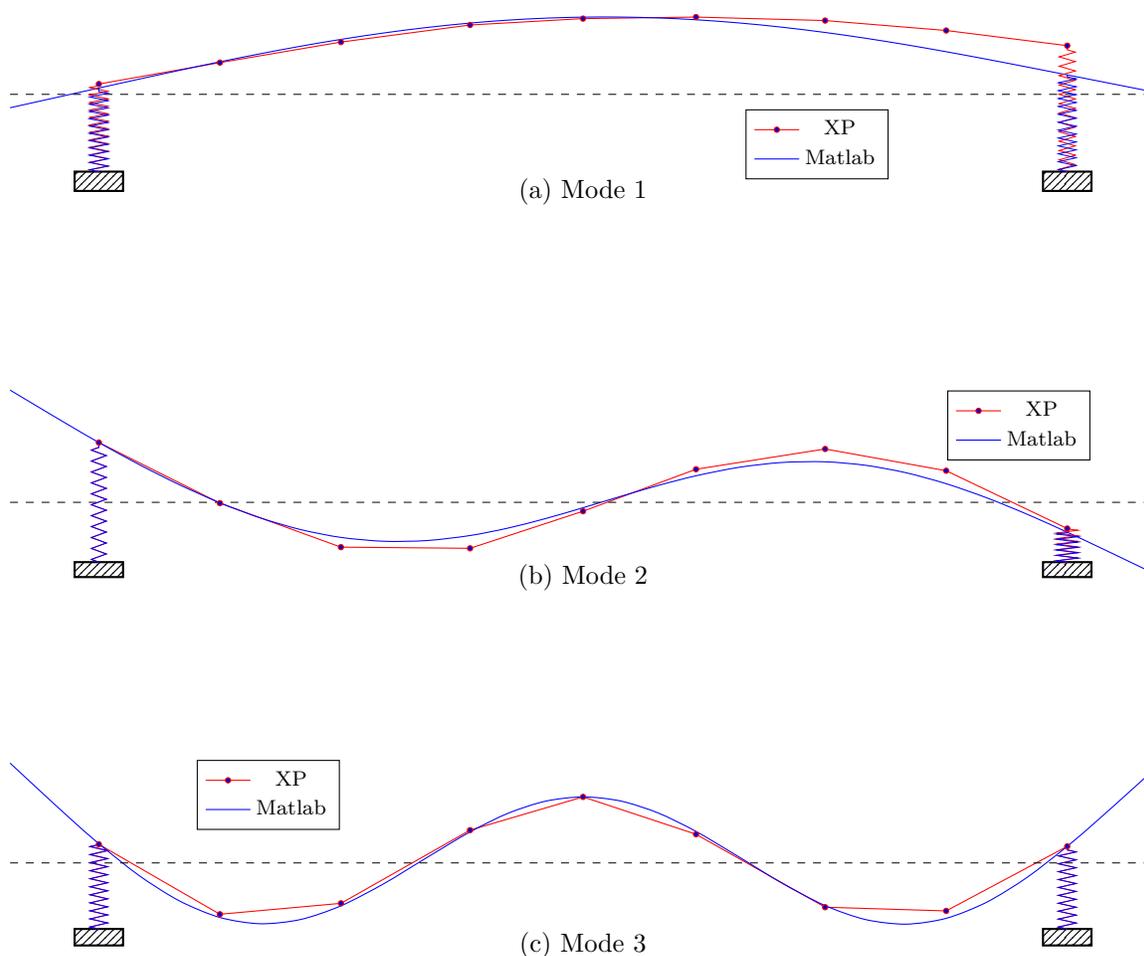


Figure 5.20 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après identification des paramètres pour l'état 1 (Matlab).

Les nouvelles valeurs des paramètres fournies lors de la mise à jour vers l'état 1 sont notées au tableau 5.24.

Tableau 5.24 – Évolution des paramètres après détection de l'état 1

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,26 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,26 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,12 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,16 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,36 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,20 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,30 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$5,07 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,70 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

## État 2

À l'état 2, à partir du modèle obtenu pour l'état 1, on parvient à retrouver assez fidèlement les fréquences propres expérimentales, comme montré au tableau 5.25. Les déformées modales sont illustrées à la figure 5.21.

Tableau 5.25 – Réponses obtenues après détection de l'état 2

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	26,74 Hz	26,74 Hz	$-4,1 \times 10^{-3}$
$f_2$	156,34 Hz	156,38 Hz	$3,0 \times 10^{-2}$
$f_3$	274,89 Hz	274,86 Hz	$-1,0 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	96,15%	100,00%	3,85
MAC <sub>2</sub>	99,02%	100,00%	0,98
MAC <sub>3</sub>	99,22%	100,00%	0,78

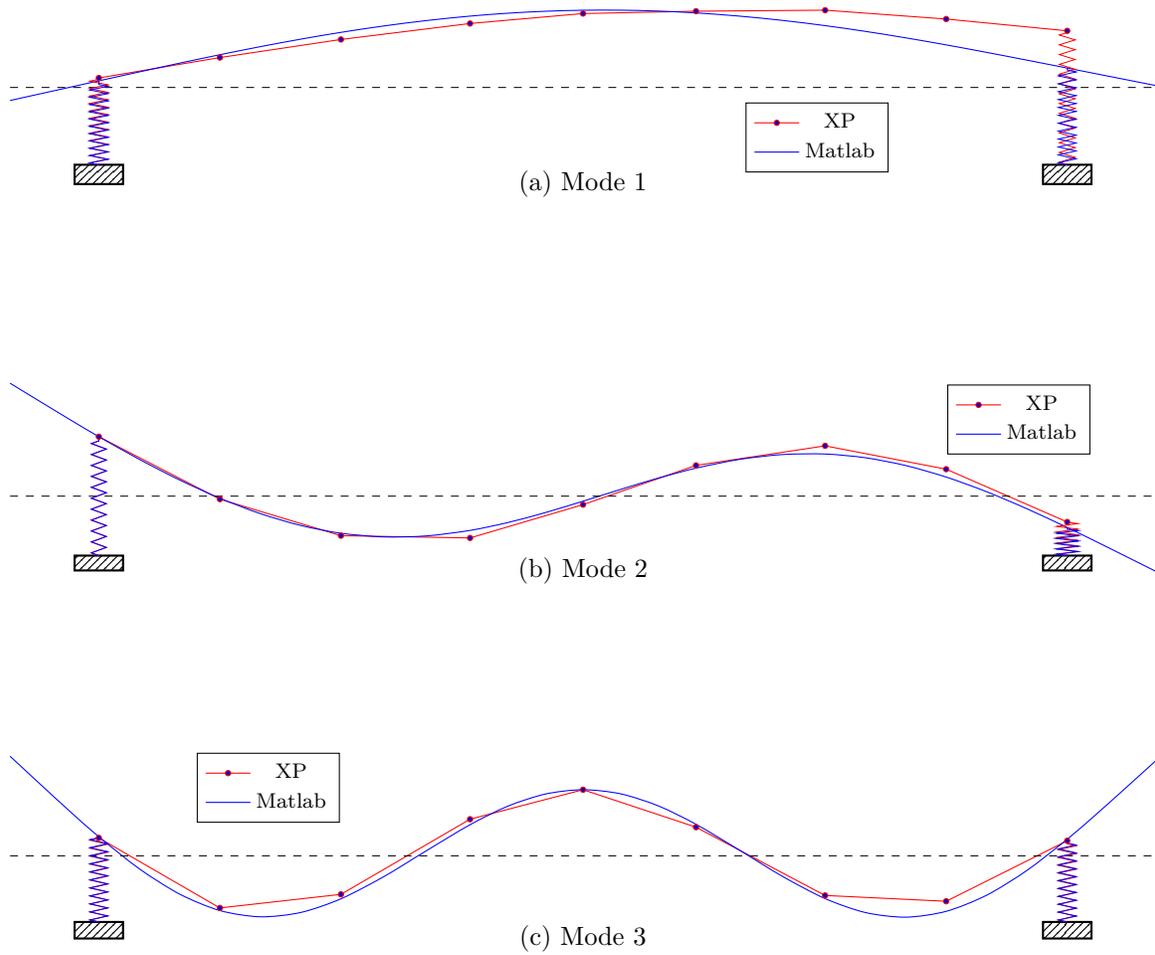


Figure 5.21 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après identification des paramètres pour l'état 2 (Matlab).

Les valeurs des paramètres après la mise à jour vers l'état 2 sont rapportées au tableau 5.26.

Tableau 5.26 – Évolution des paramètres après détection de l'état 2

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,16 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,16 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$1,86 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$1,97 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,31 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,12 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,27 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$4,84 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,18 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

**État 3**

Une fois le modèle mis à jour avec l'outil Matlab en utilisant les données dérivées des essais à l'état 3, on produit la comparaison modale entre les valeurs numériques et expérimentales au tableau 5.27. Cette comparaison est illustrée à la figure 5.22.

Tableau 5.27 – Réponses obtenues après détection de l'état 3

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	26,55 Hz	26,55 Hz	$1,7 \times 10^{-2}$
$f_2$	153,11 Hz	153,09 Hz	$-1,5 \times 10^{-2}$
$f_3$	267,99 Hz	267,90 Hz	$-3,2 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	95,23%	100,00%	4,77
MAC <sub>2</sub>	98,69%	100,00%	1,31
MAC <sub>3</sub>	98,86%	100,00%	1,14

Les valeurs des paramètres obtenues pour l'état 3 sont données au tableau 5.28.

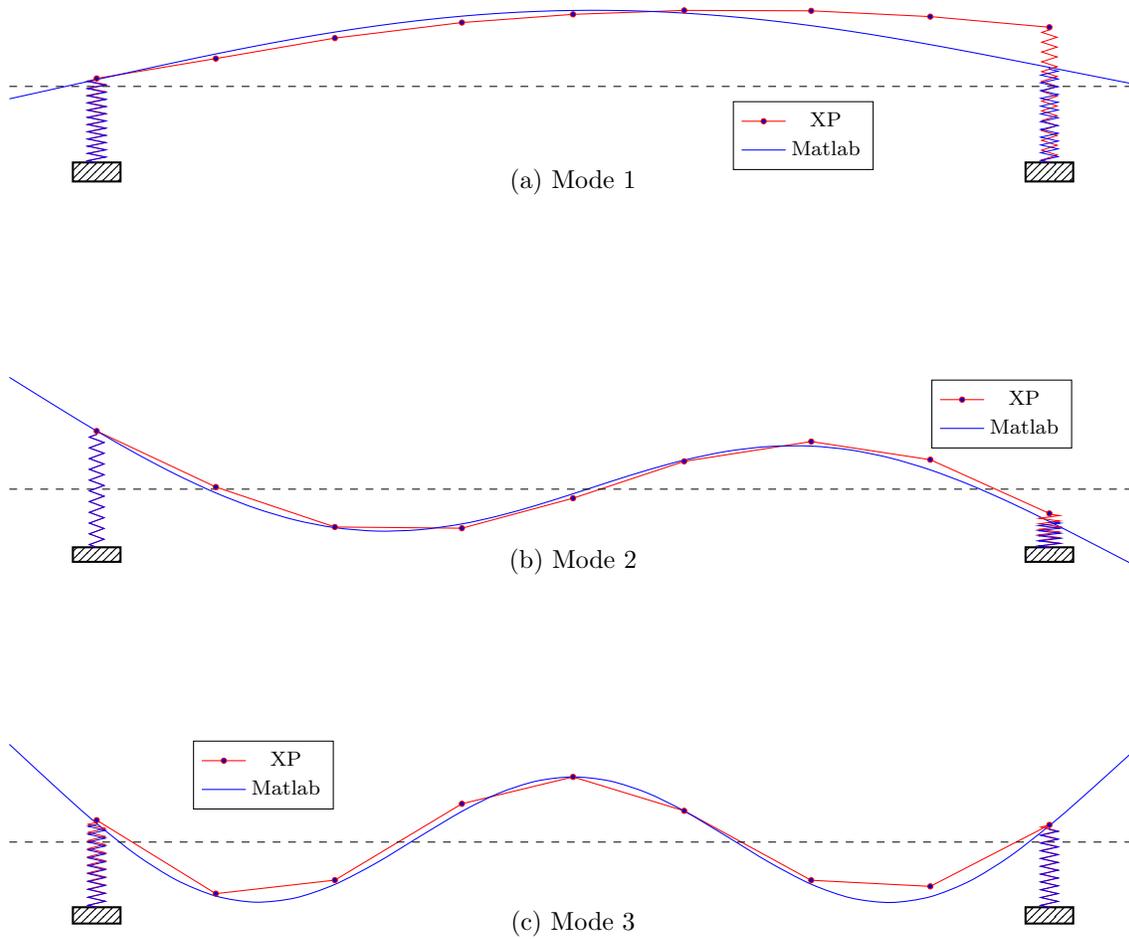


Figure 5.22 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après identification des paramètres pour l'état 3 (Matlab).

Tableau 5.28 – Évolution des paramètres après détection de l'état 3

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,06 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,00 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$1,82 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$1,97 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,29 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$1,92 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,19 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$4,64 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,19 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

## État 4

Après identification des paramètres pour l'état 4, on compare les réponses modales numériques et expérimentales au tableau 5.29 et à la figure 5.23.

Tableau 5.29 – Réponses obtenues après détection de l'état 4

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	26,24 Hz	26,55 Hz	1,2
$f_2$	148,81 Hz	149,97 Hz	$7,8 \times 10^{-1}$
$f_3$	241,71 Hz	240,80 Hz	$-3,8 \times 10^{-1}$
$MAC_1$	93,54%	100,00%	6,46
$MAC_2$	94,11%	100,00%	5,89
$MAC_3$	98,54%	100,00%	1,46

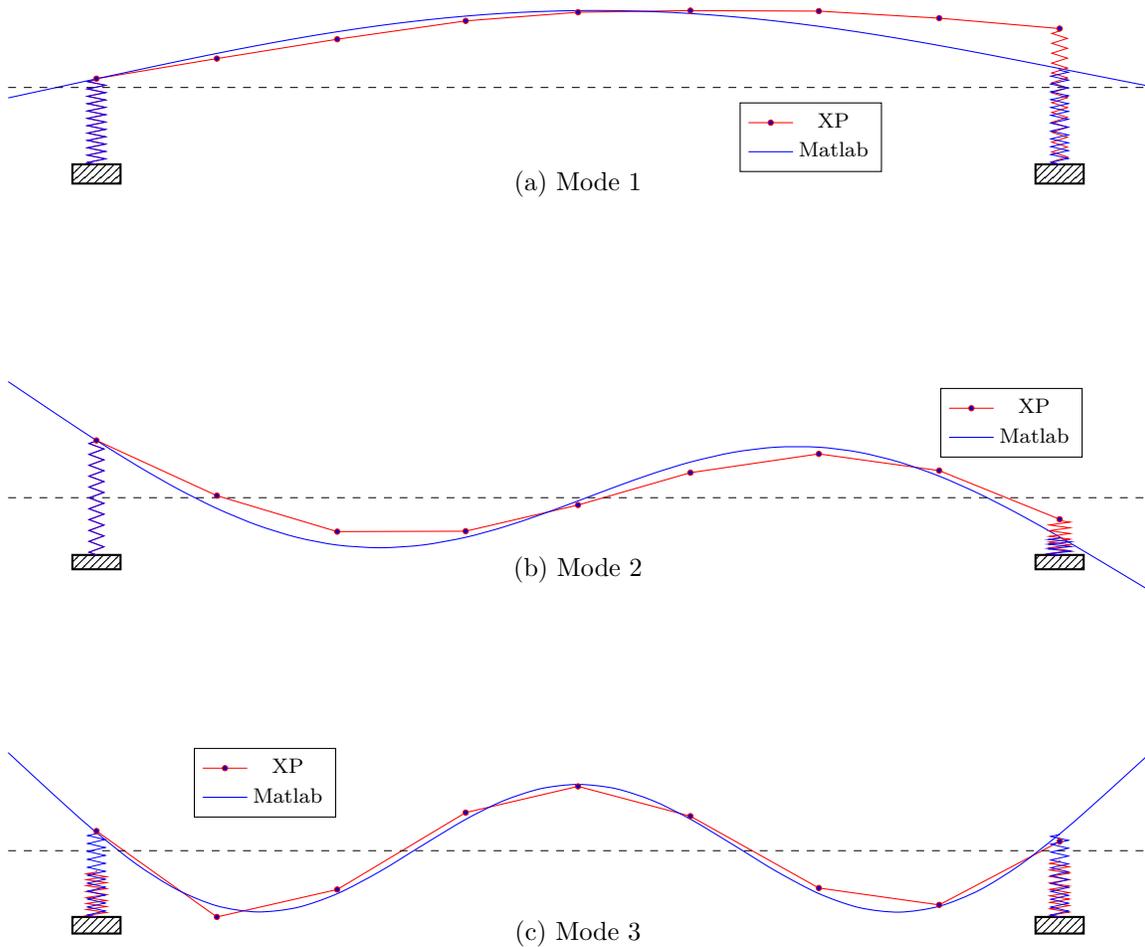


Figure 5.23 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-1 après identification des paramètres pour l'état 4 (Matlab).

Les nouvelles valeurs des paramètres pour l'état 4 sont rassemblées dans le tableau 5.30.

Tableau 5.30 – Évolution des paramètres après détection de l'état 4

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$1,66 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$1,41 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$1,70 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$1,85 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,29 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$1,38 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$1,93 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$5,38 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$1,47 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

L'évolution des paramètres des états 1 à 4 à partir de l'outil Matlab, pour la poutre PBA1-1, est résumée à la figure 5.24.

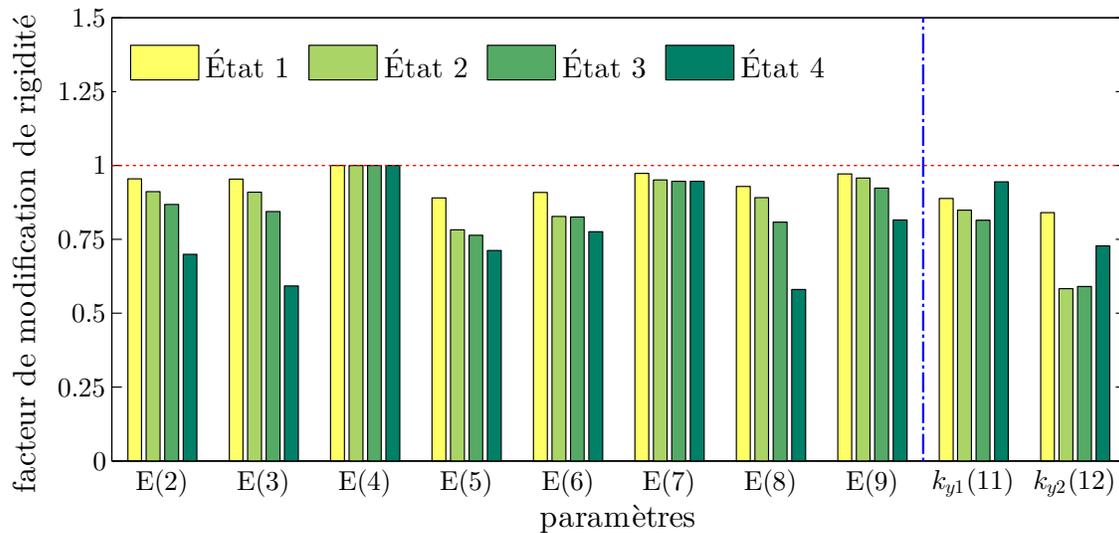


Figure 5.24 – Évolution des rigidités de PBA1-1 au fil des essais (Matlab).

En omettant la borne supérieure à l'évolution des paramètres liés aux composantes de béton, on obtient le profil d'endommagement retracé à la figure 5.25. On peut remarquer l'amélioration de la solution suite à l'ajout de ce facteur dans l'analyse.

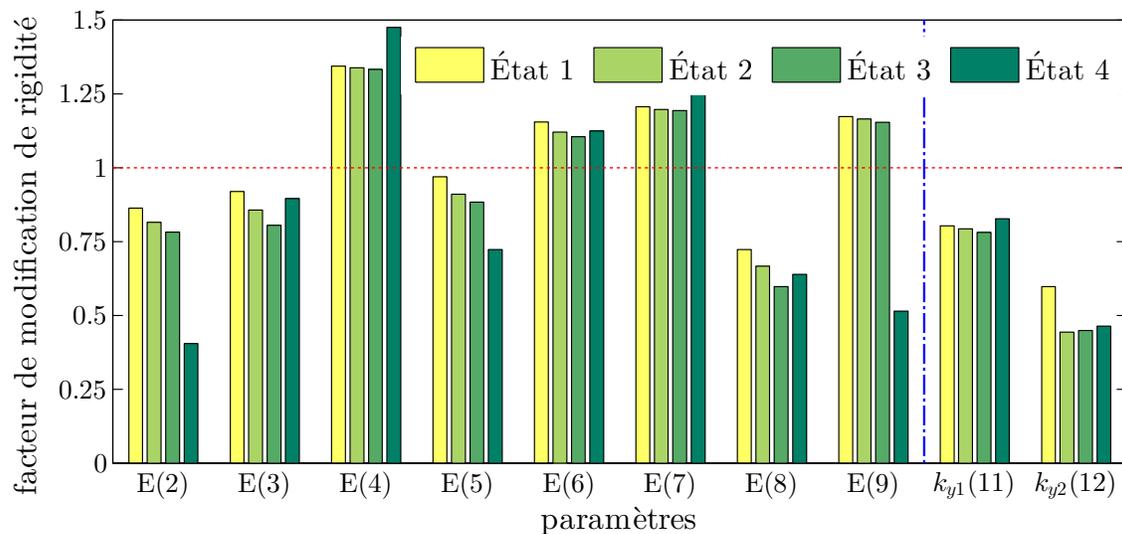


Figure 5.25 – Évolution des rigidités de PBA1-1 au fil des essais sans restriction sur les composantes en béton (Matlab).

On peut remarquer que dans toutes les déformées modales, tant avec FEMtools qu'avec Matlab, les informations à l'appui de droite ne concordaient pas pour le mode 1. Aussi, même si les deux outils n'aboutissent pas à des solutions identiques, on retrouve des similarités dans leurs profils d'endommagement. En particulier, les paramètres 4 et 7 ne semblent pas subir de dommages. Cela s'était aussi produit pour la poutre PBA2 avec les deux outils.

## Détection d'endommagement dans la poutre PBA1-2 avec FEMtools

Pour la définition du modèle on part avec la valeur moyenne trouvée pour le module de rigidité du béton, soit  $E_c = 20,814$  GPa. On utilise aussi pour PBA1-2 une section de béton modifiée valant  $A_m = 27,41 \times 10^{-2}$  m<sup>2</sup>. On choisit comme valeurs de départ des rigidités verticales des ressorts, celles trouvées à la suite du recalage du modèle PBA1-1 avec FEMtools, soit  $k_{y1} = 5,71 \times 10^8$  N/m et  $k_{y2} = 2,04 \times 10^8$  N/m. En rotation, la même rigidité  $k_\theta = 1000$  N·m/rad est utilisée pour les appuis. Seul FEMtools a été utilisé pour traiter la poutre PBA1-2.

### 6.1 RECALAGE

Le modèle géométrique ainsi que les paramètres utilisés pour implémenter la poutre PBA1-2 sont les mêmes que pour la poutre PBA2.

#### 6.1.1 Analyse modale

À partir des valeurs initiales des paramètres, une analyse modale du système a été effectuée. Les valeurs des trois premières fréquences de flexion sont données au tableau 6.1.

Tableau 6.1 – Comparaison des fréquences mesurées et obtenues avec le modèle à partir des valeurs initiales des paramètres

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	28,43 Hz	30,40 Hz	6,5
$f_2$	117,10 Hz	143,75 Hz	19,0
$f_3$	275,26 Hz	272,84 Hz	-0,9

La figure 6.1a illustre l'appariement entre les fréquences propres pour ces valeurs initiales des paramètres et la répartition des valeurs de MAC pour les modes en correspondance est reproduite à la figure 6.1b.

Il faut noter qu'avec les nouvelles réponses expérimentales, l'appariement entre les modes propres a changé de rang. En effet, le deuxième mode propre de flexion expérimental n'est plus apparié au quatrième mode propre numérique, comme ça été le cas pour les autres poutres, mais plutôt au troisième mode propre numérique (Figure 6.1b).

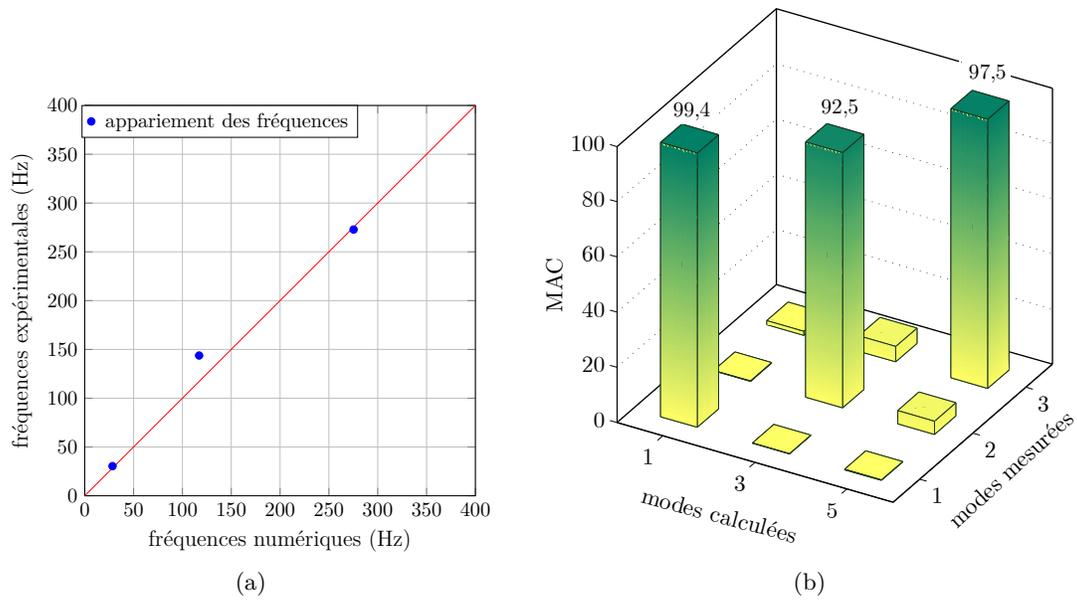


Figure 6.1 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 à partir avec des valeurs initiales des paramètres.

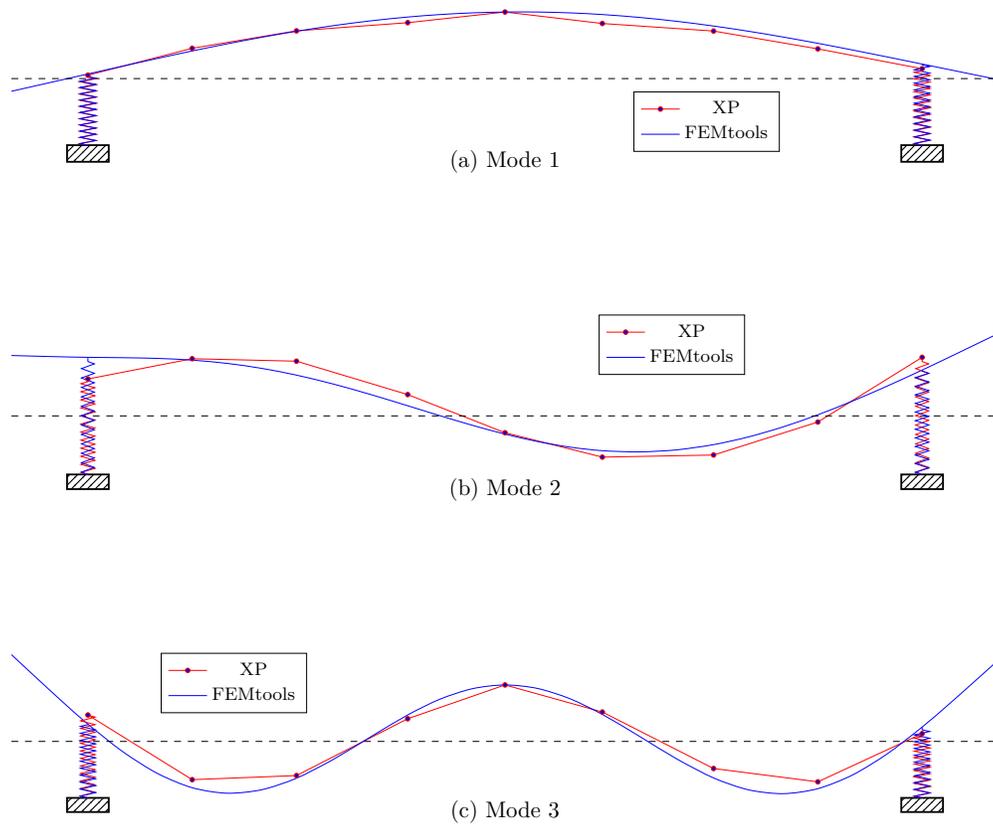


Figure 6.2 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 avec les valeurs initiales des paramètres.

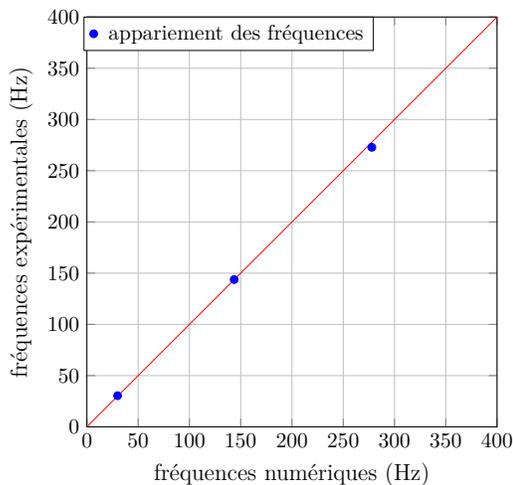
### 6.1.2 Recalage préliminaire

On procède à un premier recalage à partir des valeurs initiales des paramètres. Dans cette première analyse, seules les rigidités des appuis seront considérées comme paramètres ; ainsi, le module de Young des différents éléments de la poutre vont garder la même valeur correspondant à la valeur initiale de 20,81 GPa. Aussi, les réponses retenues pour le recalage sont uniquement les trois fréquences propres mesurées.

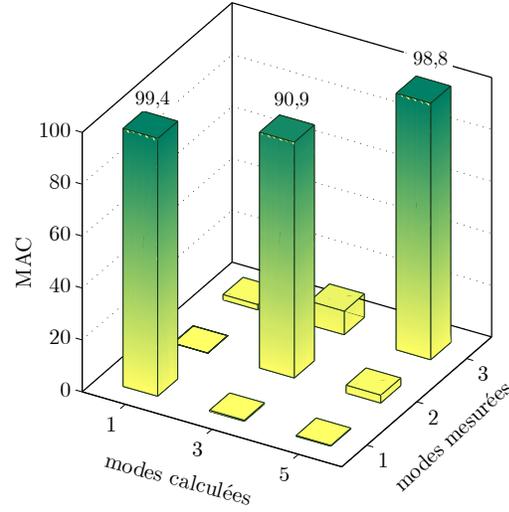
En procédant à un recalage avec les options par défaut de FEMtools (pas de bornes spécifiées pour les paramètres, niveaux de confiance prédéfinis dans les paramètres et les réponses), on obtient les écarts entre les différentes réponses (Tableau 6.2 et Figure 6.3).

Tableau 6.2 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 après un recalage préliminaire

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,97 Hz	30,40 Hz	1,4
$f_2$	143,69 Hz	143,75 Hz	$4,2 \times 10^{-2}$
$f_3$	277,88 Hz	272,84 Hz	-1,8



(a)



(b)

Figure 6.3 – Comparaison entre les fréquences expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 après un recalage préliminaire.

Le profil des déformées modales est présenté à la figure 6.4.

L'évolution des paramètres, suite à ce recalage, est donnée au tableau 6.3. La rigidité des ressorts des deux appuis ont plus que doublé.

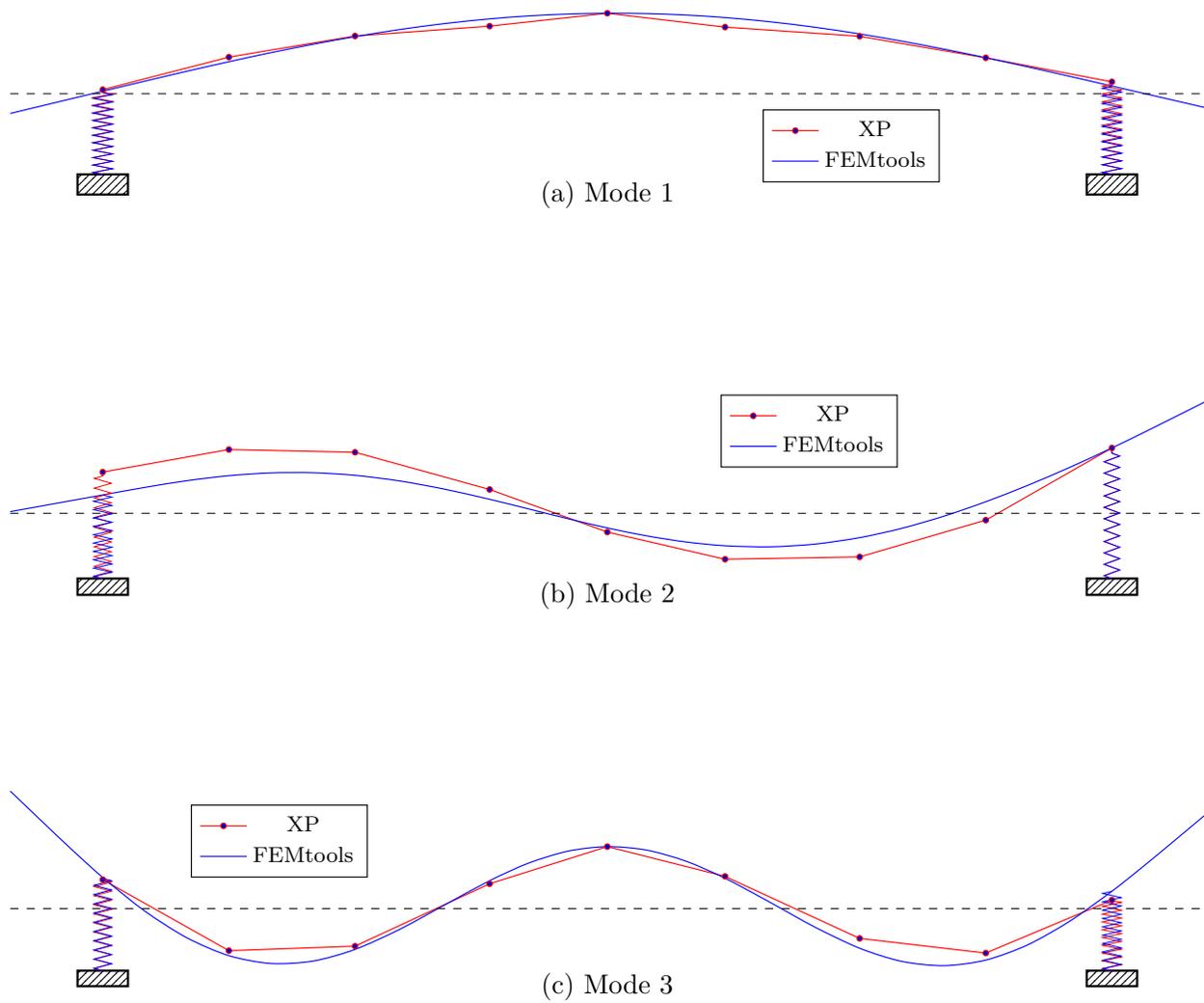


Figure 6.4 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 après un recalage préliminaire à partir des valeurs initiales.

Tableau 6.3 – Évolution des paramètres après le premier recalage

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$k_{y1}$	11	$1,33 \times 10^9 \text{ N.m}^{-1}$
$k_{y2}$	12	$4,67 \times 10^8 \text{ N.m}^{-1}$

### 6.1.3 Raffinement du recalage

On introduit les huit paramètres liés à la rigidité des composantes de béton armé de la poutre. On rajoute comme réponses les MAC des trois modes numériques par rapport à leurs correspondants expérimentaux. Dans cette analyse, on se sert des estimations des paramètres de rigidité des appuis obtenus précédemment, soit  $k_{y1} = 1,33 \times 10^9 \text{ N/m}$  et  $k_{y2} = 4,67 \times 10^8 \text{ N/m}$ . Le module de Young

de la poutre est encore pris à sa valeur initiale. Les niveaux de confiance dans les paramètres ainsi que dans les réponses sont laissés tels que prédéfinis, soit 25 % pour les paramètres, 1 % pour les fréquences propres et 10 % pour les MAC.

Les nouvelles réponses numériques obtenues après ce recalage sont comparées à leurs correspondantes expérimentales au tableau 6.4.

Tableau 6.4 – Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	30,40 Hz	30,40 Hz	$-1,0 \times 10^{-2}$
$f_2$	143,67 Hz	143,75 Hz	$5,4 \times 10^{-2}$
$f_3$	272,95 Hz	272,84 Hz	$-3,7 \times 10^{-2}$
MAC <sub>1</sub>	99,51%	100,00%	0,49
MAC <sub>2</sub>	95,43%	100,00%	4,57
MAC <sub>3</sub>	98,81%	100,00%	1,19

De même, cette comparaison peut-être menée à partir des déformées modales (Figure 6.5).

Les nouvelles valeurs des paramètres issues de ce recalage raffiné sont présentées au tableau 6.5. L'écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux composantes de la poutre étant de l'ordre de 40 %, on va procéder à un nouveau recalage du modèle.

Tableau 6.5 – Évolution des paramètres après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance par défaut

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$1,86 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,07 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,42 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$1,90 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,05 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,65 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,04 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$1,87 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$1,33 \times 10^9$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$4,27 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

#### 6.1.4 Nouveau raffinement du recalage

On applique un niveau de dispersion de 3 % sur les paramètres associés au module de Young et de 50 % sur les paramètres de rigidité des appuis. Vu qu'avec les tentatives on a remarqué que les 1ère et 3ème fréquences propres étaient moins bien évaluées dans le processus de recalage, une valeur de dispersion de 1 % est assignée aux fréquences propres expérimentales 1 et 3, tandis qu'une

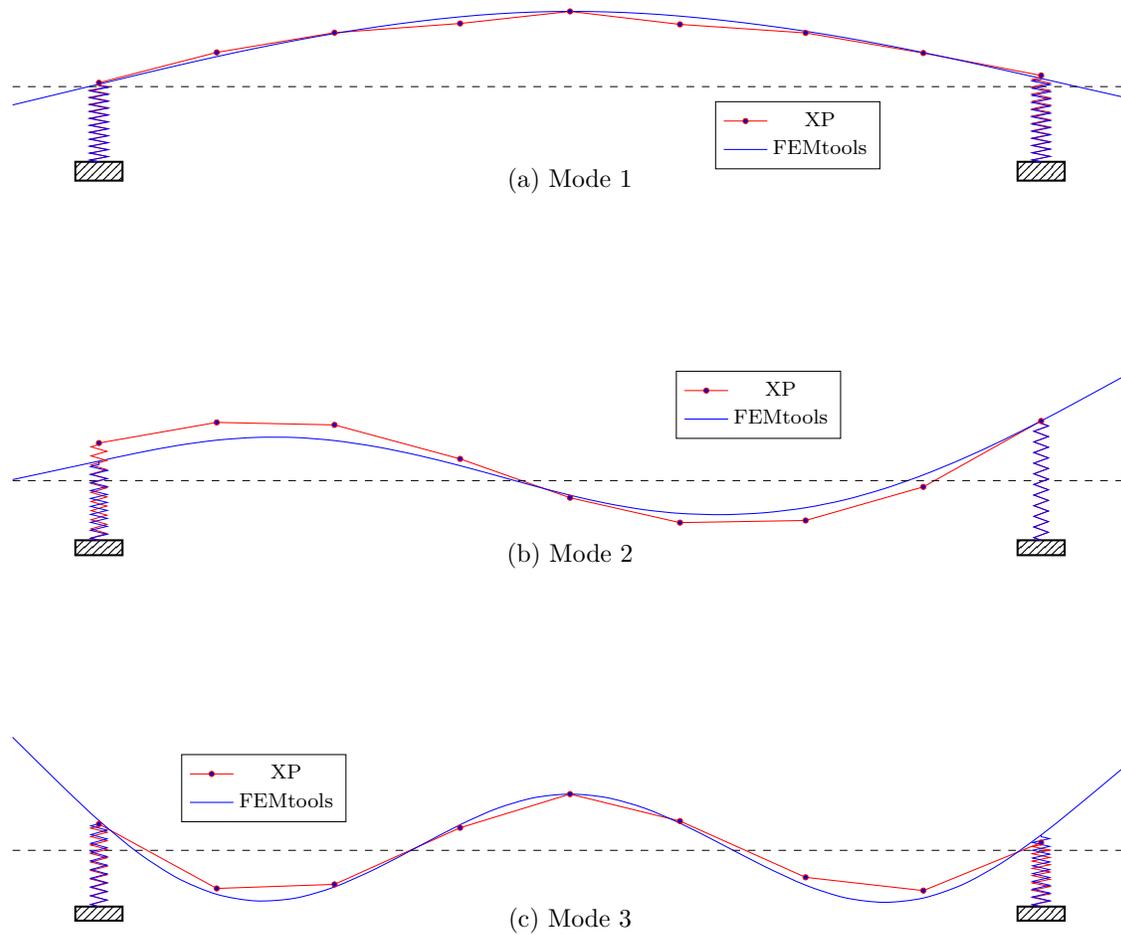


Figure 6.5 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 après un recalage fin avec les niveaux de confiance par défaut.

valeur de 3 % est attribuée à la deuxième fréquence expérimentale. Avec ce paramétrage, on trouve les nouvelles réponses qui sont présentées au tableau 6.6.

Tableau 6.6 – Réponses obtenues après le deuxième recalage avec les niveaux de confiance choisis

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	30,10 Hz	30,40 Hz	$9,6 \times 10^{-1}$
$f_2$	142,91 Hz	143,75 Hz	$5,8 \times 10^{-1}$
$f_3$	275,90 Hz	272,84 Hz	-1,1
$MAC_1$	99,48%	100,00%	0,52
$MAC_2$	90,93%	100,00%	9,07
$MAC_3$	98,57%	100,00%	1,43

Les valeurs des paramètres pour ce recalage de la poutre PBA1-2 sont rapportées dans le tableau 6.7. L'écart relatif entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de module de Young assignée aux tronçons de la poutre est de l'ordre de 5 %. Le modèle de la poutre PBA1-2 est

considéré être recalé.

Tableau 6.7 – Valeurs des paramètres pour le modèle de la poutre PBA1-2 recalé

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,03 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,03 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,14 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,11 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,11 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,14 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,04 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,04 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$1,17 \times 10^9$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$4,68 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

**Remarque** Lors des analyses de recalage de la poutre PBA1-2, une autre solution qui aboutissait à des réponses similaires a aussi été trouvée. Cette solution qui est reprise au tableau 6.8 donnait même de meilleures concordances (tout en restant similaires) qu'avec le modèle choisi.

Tableau 6.8 – Valeurs des paramètres pour un modèle alternatif de la poutre PBA1-2

Paramètres		
Type	Numéro	Valeur
$E$	2	$2,17 \times 10^{10}$ Pa
$E$	3	$2,16 \times 10^{10}$ Pa
$E$	4	$2,20 \times 10^{10}$ Pa
$E$	5	$2,19 \times 10^{10}$ Pa
$E$	6	$2,16 \times 10^{10}$ Pa
$E$	7	$2,20 \times 10^{10}$ Pa
$E$	8	$2,15 \times 10^{10}$ Pa
$E$	9	$2,14 \times 10^{10}$ Pa
$k_{y1}$	11	$5,24 \times 10^9$ N.m <sup>-1</sup>
$k_{y2}$	12	$3,85 \times 10^8$ N.m <sup>-1</sup>

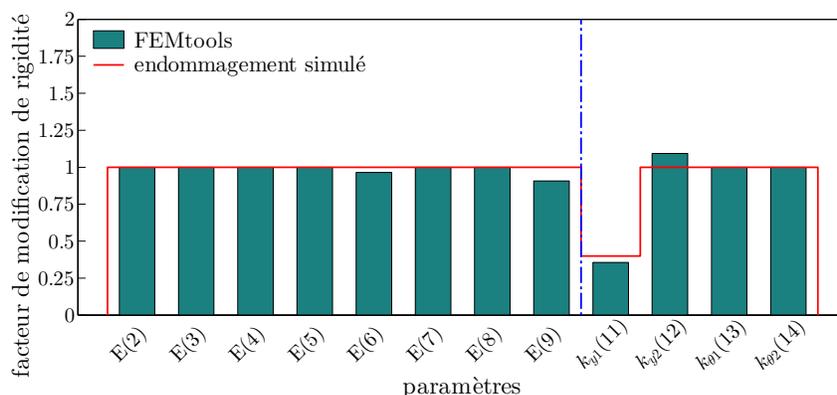
Un des critères de ce choix est l'augmentation marquante que subit l'appui 1, par rapport aux valeurs obtenues pour les autres poutres testées (plus de 500 % par rapport à PBA2 et plus de 1000 % par rapport à PBA1-1). Les analyses qui suivent ont été menés aussi avec le modèle calibré alternatif mais les solutions n'ont pas été bonifiées.

## 6.2 DÉTECTION D'ENDOMMAGEMENTS SIMULÉS

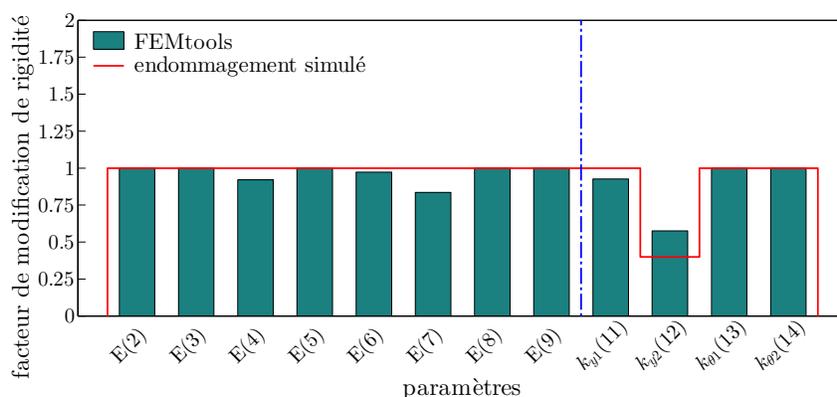
Des analyses de détection d'endommagements simulés sur les appuis ont été menés avec le modèle de la poutre PBA1-2. On utilise les trois modes de vibration déterminés numériquement pour représenter les fréquences propres mesurées. On utilise les paramètres liés aux composantes de rotation des appuis, malgré leur faible sensibilité.

Les profils d'endommagements simulés consistent en des modifications d'un ou plusieurs paramètres d'appui, sans modification de rigidité des composantes de la poutre. Ces paramètres concernent tant les rigidités en translation qu'en rotation. Un total de 26 scénarios ont été simulés, dont certains étant des variations d'intensité d'autres scénarios. Dans les analyses, on a interdit l'augmentation des valeurs de modules de Young des sections de béton, les rigidités des appuis sont laissées sans contraintes.

Seulement quelques rares cas semblent fonctionner. Les scénarios qui paraissent fonctionner correspondent à des modifications uniquement sur la composante verticale des appuis (Figure 6.6) ; malgré que des composantes de béton peuvent subir de modifications parasites (paramètre 7 de la figure 6.6b).



(a) Endommagement sur la composante verticale de l'appui de gauche



(b) Endommagement sur la composante verticale de l'appui de droite

Figure 6.6 – Exemples d'endommagements simulés semblant fonctionner.

Si la simulation concerne la composante en rotation d'un appui, la mise à jour du modèle donnait des solutions aberrantes (par exemple, la figure 6.7). Les situations où la composante verticale des appuis subit une modification en concomitance avec une altération d'une composante en rotation d'un appui, FEMtools n'arrivait pas à identifier les paramètres (Figure 6.8). Les modifications sont encore moins bien évaluées si on ne contraint pas supérieurement les 'valeurs des paramètres liés aux composantes du béton.

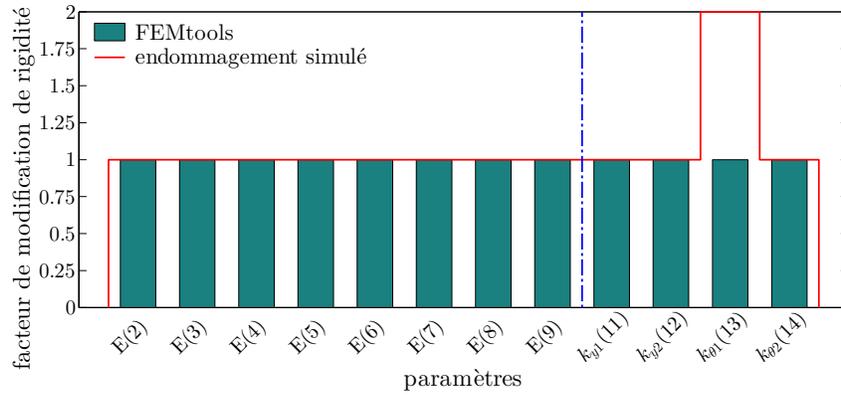


Figure 6.7 – Endommagement sur la composante en rotation de l'appui de gauche.

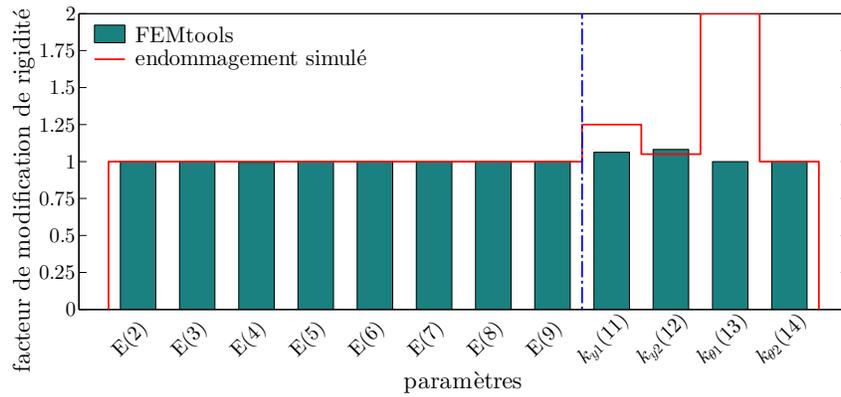
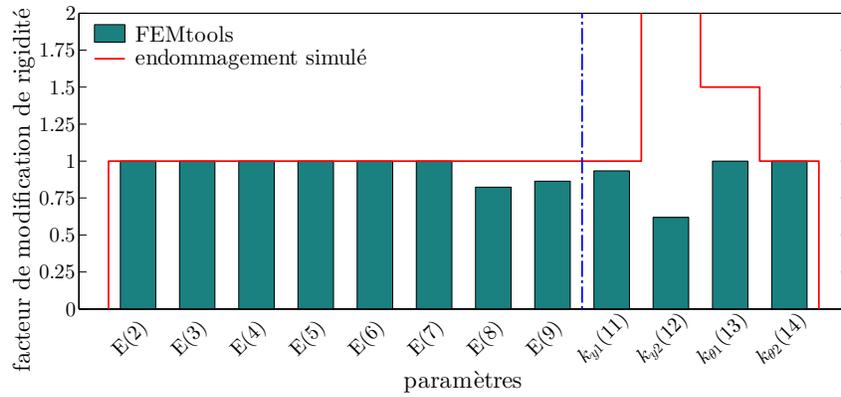


Figure 6.8 – Exemples d'endommagements simulés ayant échoué.

Ces observations ont plutôt été surprenantes pour les auteurs de ce rapport. En effet, les appuis ont toujours exhiber une sensibilité suffisamment élevée pour présumer une bonne détection des modifications subies. Cela soutient l'idée qu'un système aussi simple qu'une poutre simplement appuyée engendre plus de complications qu'un pont entier avec toutes son hétérogénéité. Ainsi, on ne s'attend pas à ce que les changements de rigidité imposés à l'appui de droite lors des essais [12] soient détectables.

### 6.3 DÉTECTION D'ENDOMMAGEMENTS RÉELS

Le changement dans les fréquences des modes de vibration pour la poutre PBA1-2 au fil des états d'endommagement est résumé à la figure 6.9<sup>1</sup>. Les résultats sont présentés en termes de fréquences relatives par rapport à la valeur de référence à l'état 0, pour les essais en FRF et les essais en FDD.

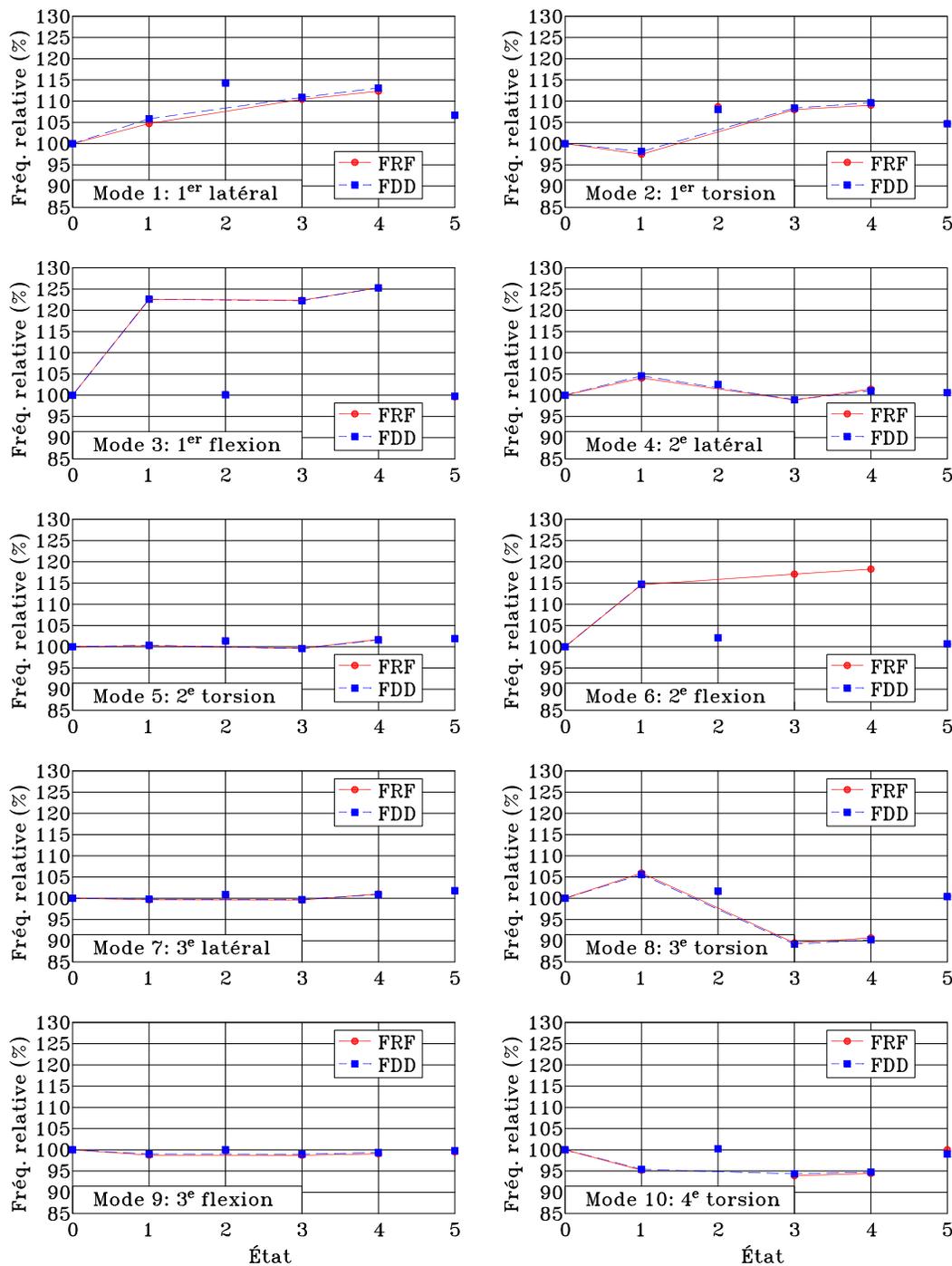


Figure 6.9 – Évolution des fréquences propres de la poutre PBA1-2.

1. Reproduit de [15]

L'évolution des MAC entre la déformée d'un mode à un état donné et la déformée du même mode à l'état 0 est donnée à la figure 6.10.

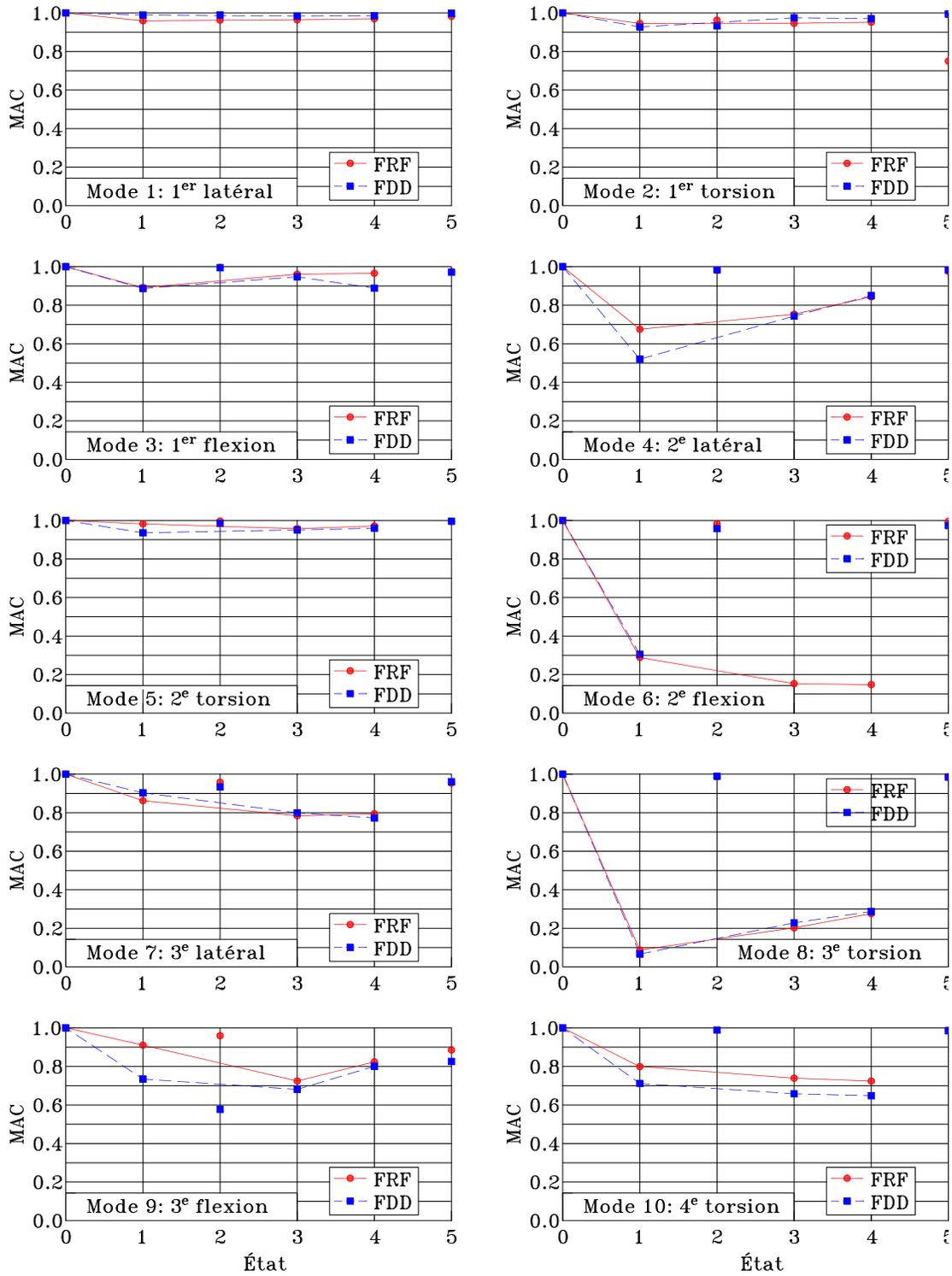


Figure 6.10 – Évolution des déformées modales de la poutre PBA1-2.

Dans les analyses qui suivent, on utilise pour chaque état de détection le modèle recalé de PBA1-2 comme modèle de départ. Bien que cinq configurations d'appuis ont été testées, seules deux peuvent être approchées par le modèle plan filaire de la poutre PBA1-2. Ainsi, seuls les états 1 et 2 seront soumis au processus de détection.

Les réponses utilisées dans les analyses de détection sont les trois fréquences propres de flexion et les valeurs de MAC associées à ces fréquences propres. On empêche le module de Young du béton de croître (`upper` = 0).

### 6.3.1 État 1

Une comparaison entre les modes propres du modèle recalé et ceux obtenus lors des essais de l'état 1 est faite au tableau 6.9.

Tableau 6.9 – Réponses pour l'état 1 avant mise à jour du modèle.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	30,10 Hz	37,17 Hz	$1,9 \times 10^1$
$f_2$	197,72 Hz	164,81 Hz	$-2,0 \times 10^1$
$f_3$	275,90 Hz	269,55 Hz	-2,4
MAC <sub>1</sub>	99,64%	100,00%	0,36
MAC <sub>2</sub>	47,94%	100,00%	52,06
MAC <sub>3</sub>	98,71%	100,00%	1,29

Après avoir procédé à la mise à jour du modèle recalé, on obtient les nouvelles valeurs des fréquences propres et des MAC (Tableau 6.10). On peut voir que les fréquences sont très mal évaluées, tandis que les MAC sont plutôt bien définis. En particulier la première fréquence propre subit un écart de 21 %.

Tableau 6.10 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 1.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écart (%)
$f_1$	29,24 Hz	37,17 Hz	$2,1 \times 10^1$
$f_2$	152,79 Hz	164,81 Hz	7,3
$f_3$	243,03 Hz	269,55 Hz	9,8
MAC <sub>1</sub>	99,87%	100,00%	0,13
MAC <sub>2</sub>	92,12%	100,00%	7,88
MAC <sub>3</sub>	98,75%	100,00%	1,25

En observant les déformées modales, on peut confirmer que, pour les trois modes, les déformées sont bien estimées numériquement (Figure 6.11).

La mise à jour vers l'état 1 fournit la modification dans les paramètres présentée à la figure 6.12. On peut observer des diminutions de rigidité dans les paramètres des éléments adjacents aux appuis (paramètres 2 et 9), et une nette diminution de la raideur verticale de l'appui de gauche (paramètre 11). Sachant que seul l'appui de droite a subi des changements de raideur, on peut déduire que la détection de l'état 1 n'a pas marché.

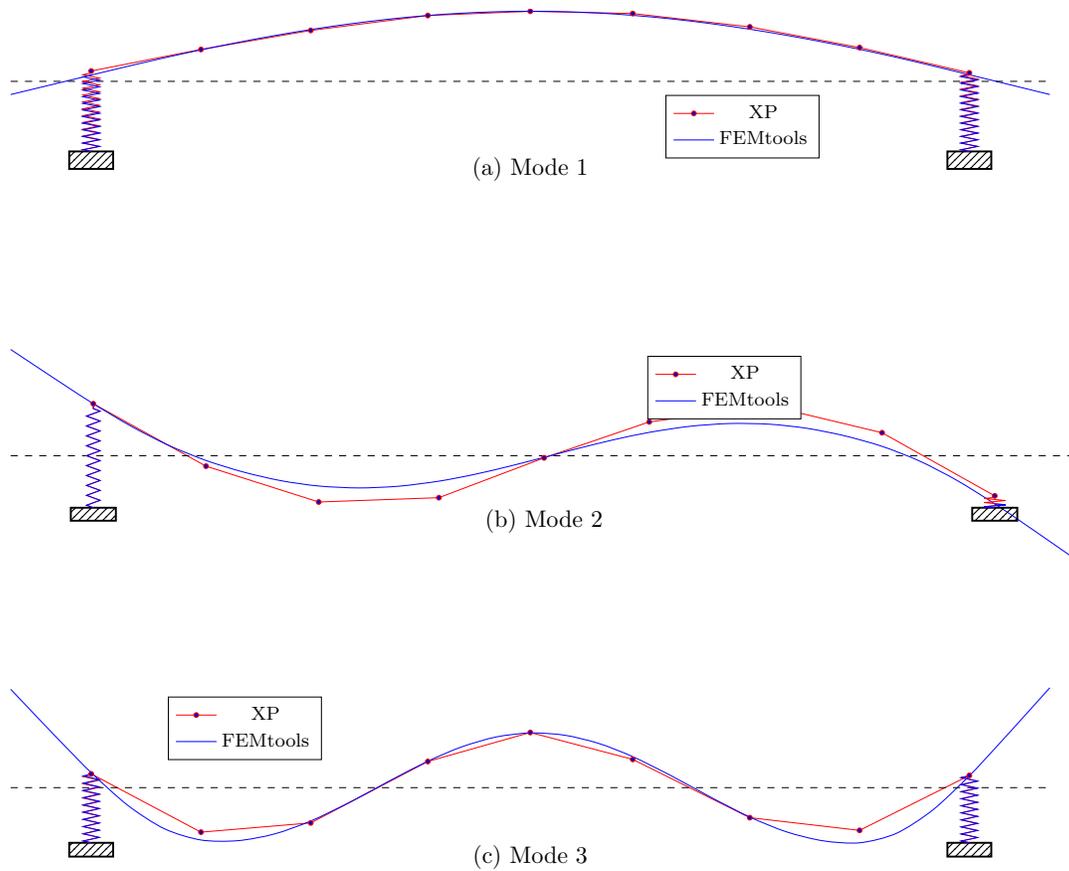


Figure 6.11 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 après identification des paramètres pour l'état 1 (FEMtools).

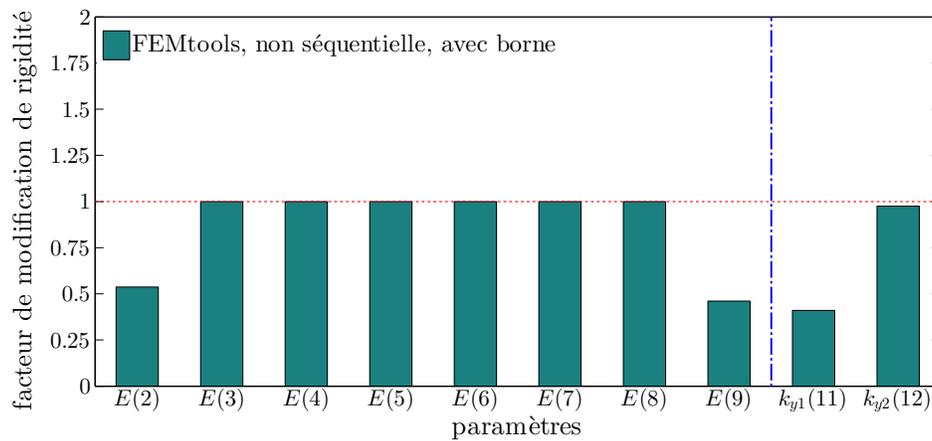


Figure 6.12 – Évolution des rigidités de PBA1-2 pour l'état 1 (FEMtools).

## 6.3.2 État 2

Après la mise à jour vers l'état 2, à partir du modèle recalé, les fréquences propres obtenues concordent mieux avec les réponses expérimentales que pour l'état 1 (Tableau 6.11).

Tableau 6.11 – Réponses après mise à jour du modèle pour l'état 2.

Réponses	Modèle EF	Essais	Écarts (%)
$f_1$	29,20 Hz	30,40 Hz	3,9
$f_2$	142,32 Hz	146,86 Hz	3,1
$f_3$	266,66 Hz	272,11 Hz	2,0
$MAC_1$	99,77%	100,00%	0,23
$MAC_2$	94,51%	100,00%	5,49
$MAC_3$	98,33%	100,00%	1,67

Les déformées modales associées à cette mise à jour des paramètres sont montrées à la figure 6.13. Hormis l'écart à l'appui de gauche pour le deuxième mode, les déformées modèle obtenues pour cet état semble concorder.

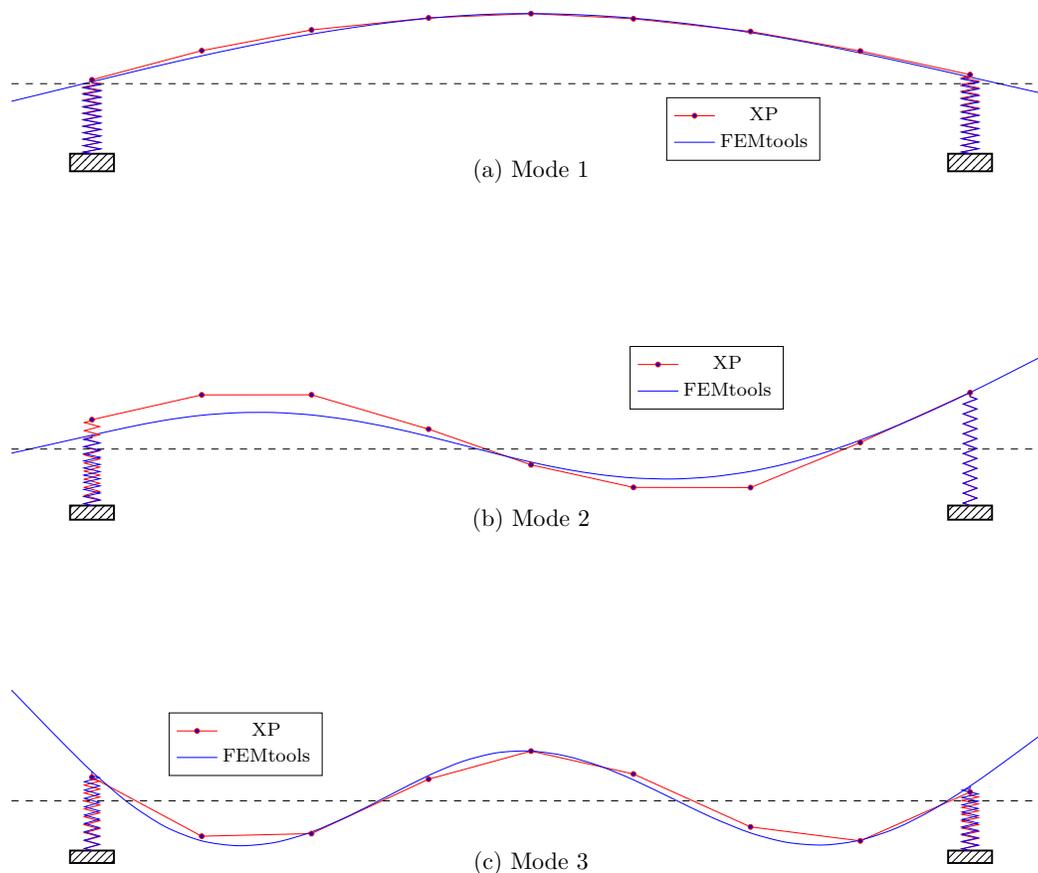


Figure 6.13 – Comparaison entre les déformées modales expérimentales et numériques de la poutre PBA1-2 après identification des paramètres pour l'état 2 (FEMtools).

Le profil d'endommagement obtenu après l'identification des paramètres pour l'adéquation avec l'état 2 (Figure 6.12) est incorrect. On peut conclure que la détection d'endommagement réalisée sur la poutre PBA1-2 a échoué.

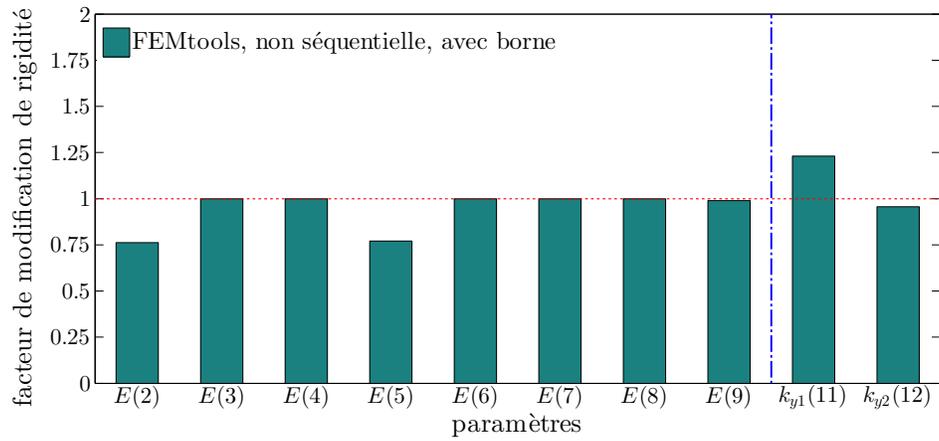


Figure 6.14 – Évolution des rigidités de PBA1-2 pour l'état 2 (FEMtools).

---

## Conclusion

Le rapport présenté constitue le rapport final de l'objectif 2 du contrat de recherche R732.1 entre l'Université de Sherbrooke (UdeS) et le Ministère des Transports du Québec (MTQ), qui porte sur l'endommagement minimum détectable dans des poutres de pont en béton armé simple ou en béton précontraint testées en laboratoire. Ce document conclut la série de rapports remis précédemment au Ministère, soit les rapports CRGP-2015/03 [2], CRGP-2015/04 [15] et CRGP-2017/01 [3], qui portaient respectivement sur :

- la comparaison des capacités du logiciel FEMTools et de l'algorithme Matlab de l'UdeS à effectuer une détection d'endommagement sur des cas connus ;
- les résultats expérimentaux d'évolution des propriétés modales de poutres en béton armé simple (PBA1-1, PBA1-2 et PBA2) endommagées au laboratoire par flexion, cisaillement, corrosion ou rigidification des appuis.
- les résultats expérimentaux d'évolution des propriétés modales d'une poutre en béton précontraint par post-tension endommagée en flexion par le relâchement progressif de sa précontrainte et des charges permanentes réalistes.

Pour atteindre les objectifs de la présente étude, soit la détection et la localisation de l'endommagement à partir du recalage de modèles numériques, une méthodologie a d'abord été présentée, développée et éprouvée en utilisant l'algorithme MATLAB développé de l'UdeS et le logiciel FEMtools. La méthodologie proposée permet, en suivant différentes étapes (modélisation numérique, définition et choix des paramètres et des réponses, analyse de sensibilité, recalage par paliers) d'aboutir à l'identification des paramètres pour la mise à jour du modèle devant reproduire des réponses modales similaires à celles collectées expérimentalement.

Cette méthodologie a été, par la suite, appliquée pour effectuer des analyses de détection d'endommagement sur les poutres PBA2 (endommagements en flexion), PBA1-1 (endommagements en cisaillement) et PBA1-2 (endommagements des appuis). Les analyses ont inclut le recalage d'un modèle initial, souvent ardu, et des analyses de détection d'endommagement simulés numériquement (et donc sans erreurs expérimentales) ont été effectuées avant d'effectuer les analyses à partir des résultats expérimentaux. Les deux logiciels, Matlab et FEMtools ont été utilisés et comparés à cette fin.

La poutre PBA2 [15] a été un cas de référence pour le reste de l'étude et a été effectué en premier. Un modèle 2D a été recalé avec FEMtools en utilisant les fréquences propres et les déformées modales des modes de flexion uniquement, obtenues lors de la caractérisation modale de la poutre saine. L'outil Matlab n'est pas parvenu à un recalage complet, car certaines possibilités de configuration de calcul sont plus limitées qu'avec FEMtools. Malgré tout, l'algorithme Matlab a pu être

éprouvé dans la suite de la méthodologie pour la détection d'endommagement en réappliquant au modèle les propriétés obtenues avec FEMtools. Avant de faire la mise à jour du modèle recalé vers les états d'endommagements réels, des cas d'endommagements simulés (ou numériques) ont d'abord été testés. Ces endommagements simulés sont exempts d'erreur de mesure et correspondent à différents schémas d'endommagement que l'on rencontre sur des poutres de pont, en plus de certains cas moins probables. Cette analyse a permis de relever les meilleures configurations de calcul des outils et d'éprouver leur robustesse à reproduire les états de dégradation imposés numériquement. Les deux outils sont parvenus à fournir des résultats de qualité, même si l'outil Matlab s'est révélé plus précis. La détection des endommagements réels a suivi, avec les quatre états testés au laboratoire. Les deux outils ont produits des solutions très similaires et réalistes, ce qui laisse supposer que la détection et la localisation des dommages ont été relativement réussis. Il est évidemment impossible, dans le cas des analyses expérimentales, de garantir la véracité des résultats outre le fait qu'ils font du sens à un ingénieur en structures (contrairement aux dommages simulés qui sont parfaitement connus et contrôlés).

Par la suite, la poutre PBA2 a aussi été modélisée avec des éléments tridimensionnels. La modélisation numérique 3D produite sous ABAQUS a été transférée vers FEMtools pour le recalage et la détection d'endommagement. La complexité du paramétrage de recalage a rendu irréalisable l'aboutissement vers un modèle convenablement calibré. Malgré tout, des endommagements ont été simulés numériquement à partir d'un des modèles réalistes obtenus, et des analyses de détection de ces dommages ont été effectuées avec FEMtools. Cette étape a échoué et, comme attendu, ce fut aussi le cas pour des endommagements réels. Suite à ce travail, seuls des analyses avec des modèles en deux dimensions ont été effectuées.

Le cas de la poutre PBA1-1 a ensuite été évalué avec les deux outils, Matlab et FEMtools. La même procédure a été menée que pour PBA2 pour la phase de recalage. On a pu aboutir à des modèles calibrés avec les deux outils, qui sont analogues (malgré les limites de configuration de calcul de l'outil Matlab). Ensuite, les modèles calibrés ont été mis à jour pour reproduire les différents états d'endommagement expérimentaux. Les profils d'endommagement obtenus avec les deux outils ont été cette fois moins cohérents entre eux que lors de l'étude de la poutre PBA2. Les résultats obtenus dans les deux cas étaient malgré tout sensés et semblent montrer que le processus de détection a fonctionné.

Le cas de la poutre PBA1-2, similaire à PBA1-1 en terme de ferrailage, a été testé pour détecter des changements dans les conditions aux limites (appuis). Seul l'outil FEMtools a été utilisé pour cette poutre. Le recalage du modèle initial a produit deux modèles probables, considérés comme calibrés. Une analyse de détection simulée a été produite pour éprouver l'outil à reproduire des modifications de rigidités aux appuis, tant pour la composante verticale que la composante en rotation. Étonnamment, les résultats n'étaient pas cohérents avec les modifications imposées. Les auteurs s'attendaient à ce que les modifications au niveau des appuis soient facilement détectables, comme dans le cas d'un pont (rapport CRGP-2016/01 [16]), vu leur grande sensibilité par rapport aux composantes de béton. Comme attendu, les résultats de détection à partir des états d'endommagement expérimentaux n'ont pas été concluants non plus. Une explication pourrait venir de la faible sensibilité de la composante en rotation des appuis et du fait que les phénomènes qui sont intervenus lors des modifications expérimentales aux appuis en laboratoire étaient trop complexes pour être capturés avec les analyses ou le modèle lui-même. Lors du processus de détection, des changements de rang dans l'appariement des modes numériques aux modes expérimentaux ont notamment été observés, ainsi que des changements significatifs des sensibilités des paramètres par rapport aux réponses au fil des états d'endommagements.

L'évolution des réponses modales recueillies à la suite des essais expérimentaux de simulation de corrosion sur la poutre PBA1-2 (coupures locales de barres) est telle qu'une analyse de détection

d'endommagement par mise à jour d'un modèle numérique aurait été stérile. En effet, comme il a été vu avec les poutres PBA1-1 et PBA2, il est nécessaire que les variations dans les données modales soient supérieures à l'ordre de grandeur des incertitudes sur les mesures expérimentales pour qu'un endommagement devienne détectable. La corrosion localisée sur une poutre en béton armé simple ne semble donc pas être un dommage aisément détectable par la méthode proposée, à moins que le problème de corrosion soit tel qu'une fissuration importante et diffuse sur une large partie de l'élément soit présente. Il est néanmoins important de nuancer la conclusion précédente. Les essais expérimentaux pour simuler la corrosion ont en effet été menés sans aucune charge permanente sur la poutre autre que son propre poids. Dans ce cas, les fissures ont peu de chances de se développer. Dans un cas réel, des effets sur les propriétés modales seraient obtenus en raison de l'application des grandes charges permanentes et de service de la structure, ce qui a été observé lorsque la poutre PBA1-2 avec des barres coupées a été chargée sous la presse du laboratoire.

Les essais menés sur la poutre en béton précontraint ont permis de découvrir que la seule perte de précontrainte n'était pas détectable par des mesures de vibrations tant qu'aucune fissuration n'était également induite par le processus (au même titre que le mécanisme expliqué précédemment pour la corrosion). Au regard de la méthode d'identification paramétrique des dommages proposée dans le projet de recherche, le comportement de cette poutre est donc analogue à celui des poutres PBA1-1 ou PBA2, soit un endommagement progressif en flexion par le développement d'un réseau de fissures. Son étude n'aurait donc permis aucune information supplémentaire au regard des objectifs de recherche du projet. Il a été décidé de ne pas procéder au recalage et à la détection d'endommagement numérique sur cette poutre.

Au regard des nombreuses analyses de détection de l'endommagement présentées dans ce rapport, il apparaît qu'un cas relativement anodin d'une poutre d'une seule portée sur appuis simples qui tend à s'endommager de façon diffuse et graduelle n'est pas si trivial qu'il y paraît. L'idée originale de cette étude reposait sur le principe, a priori plein de bon sens, que la méthode de détection et de localisation de l'endommagement proposée par recalage de modèle numérique devait pouvoir fonctionner sur ce genre de cas d'étude avant de penser à l'utiliser sur le cas d'une structure complexe comme un pont. Les études menées en parallèle dans le cadre du même projet R732.1 sur le cas du pont de la Rivière-aux-Mulets (rapports CRGP-2015/05 [12] et CRGP-2016/01 [16]) ont contesté cet a priori. Les résultats de ces études, menés sur des propriétés expérimentales pour le recalage du modèle et sur des cas de dommages simulés pour la détection d'endommagement, ont révélé un niveau de difficulté significativement moindre que pour l'étude des poutres. Avec le recul et l'expérience prise par les chercheurs sur la question, ce constat s'explique en fait assez simplement, puisque le comportement d'un pont d'envergure (élané, à plusieurs travées et multiples appuis) offre une richesse d'information sur les propriétés dynamiques qui n'est pas présente dans le cas de poutres simplement appuyées. Pour un pont, un dommage même diffus sur une travée représente une anomalie assez localisée à l'échelle du pont. De plus, la richesse des modes disponibles (types de modes en flexion, torsion et latéral) associés de manière assez claire à des composantes bien particulière du pont (tablier, appuis ou piles, respectivement) facilite l'identification de dommages sur ces diverses composantes structurales.

Malgré la difficulté proposée par l'étude de la détection et de la localisation de différents types de dommages sur des poutres de bonnes dimensions en laboratoire, tel qu'étudié dans ce rapport, des résultats pertinents ont été obtenus. En ajoutant à cela les résultats obtenus dans le cadre de l'étude d'un pont, il ressort que la méthode de recalage de modèle numérique proposée peut être utilisée à des fins de détection d'endommagement. De plus, les études proposées dans l'ensemble des rapports du projet R732.1 ont permis de quantifier les niveaux d'endommagements nécessaires à cette détection. Les auteurs recommandent la poursuite des activités de recherche sur le sujet, notamment en s'attaquant à la principale limitation qui ressort actuellement de la méthode, soit

son manque de robustesse face aux erreurs expérimentales contenues dans les données utilisées en entrée.



---

# Bibliographie

- [1] R. J. ALLEMANG et D. L. BROWN, A correlation coefficient for modal vector analysis. *In Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference (IMAC I)*, vol. 8-10, p. 110–116, Orlando, November 1982.
- [2] S. AMBROISE, O. GAURON, N. TURCOTTE, C.-P. LAMARCHE et P. PAULTRE, Quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations dans un pont routier en service - Évaluation d'outils de détection de l'endommagement : logiciel femtools et algorithme matlab du crgp. Rap. tech. CRGP-2015/03, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, 2015.
- [3] K. BOULERICE, O. GAURON et P. PAULTRE, Quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations dans un pont routier en service - Détection d'endommagement sur des poutres de pont routier en béton précontraint. Rap. tech. CRGP-2017/01, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, Décembre 2017.
- [4] S. DOEBLING, C. FARRAR, M. PRIME et D. SHEVITZ, Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics : A literature review. Rap. tech. LA-13070-MS, Los Alamos National Laboratory, 1996.
- [5] DYNAMIC DESIGN SOLUTIONS (DDS), *FEMtools Programmer's Guide version 4.0.0.1830*. Interleuvenlaan 64, B-3001, Leuven, Belgium, December 2017.
- [6] M. I. FRISWELL et J. E. MOTTERSHEAD, *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, vol. 38 de *Solid Mechanics and its Applications*. Springer, Netherlands, 1995.
- [7] G. H. GOLUB, M. HEATH et G. WAHBA, Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, 21, May 1979.
- [8] J. HADAMARD, *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*. Yale University Press, New Haven, 1923.
- [9] S. D. R. LAB, Test universal files. [http://www.sdrl.uc.edu/sdrl/referenceinfo/universalfileformats/file-format-storehouse/test\\_universal\\_file\\_formats.pdf](http://www.sdrl.uc.edu/sdrl/referenceinfo/universalfileformats/file-format-storehouse/test_universal_file_formats.pdf). consulté en novembre 2017.
- [10] N. A. J. LIEVEN et D. J. EWINS, Spatial correlation of mode shapes the coordinate modal assurance criterion (coMAC). *In 6th International Modal Analysis Conference*, vol. 1 de *Society for Experimental Mechanics*, p. 690–695, Kissimmee, Florida, February 1988.

- [11] T. MARWALA, *Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques : Applications to Structural Dynamics*. Springer, 2010.
- [12] T. NICOLAS, G. OLIVIER, L. CHARLES-PHILIPPE et P. PATRICK, Quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations dans un pont routier en service - Étude du pont de la rivière-aux-mulets. Rap. tech. CRGP-2015/05, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, 2015.
- [13] F. O'SULLIVAN et G. WAHBA, A cross validated bayesian retrieval algorithm for nonlinear remote sensing experiments. *Journal of Computational Physics*, 59, 1985.
- [14] P. PAULTRE, *Dynamique des structures : application aux ouvrages de génie civil*. Collection Génie civil. Lavoisier, 2005.
- [15] M. SAIDOU, O. GAURON, C.-P. LAMARCHE et P. PAULTRE, Quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations dans un pont routier en service - Détection d'endommagement dans des poutres de pont en béton armé testées en laboratoire - Rapport d'étape. Rap. tech. CRGP-2015/04, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, Août 2015.
- [16] M. SAIDOU, O. GAURON et P. PAULTRE, Quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations dans un pont routier en service - détection d'endommagement sur le pont de la rivière-aux-mulets. Rap. tech. CRGP-2016/01, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, Août 2016.
- [17] T. TENG, Y. CHU, F. CHANG et H. CHIN, Calculating the elastic moduli of steel-fiber reinforced concrete using a dedicated empirical formula. *Computational Materials Science*, 31(3):337 – 346, 2004.
- [18] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Model-based damage detection : Literature review, application to trusses and pylons. Rap. tech. CRGP-2003/04, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, Décembre 2003.
- [19] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Model-based damage detection : Algorithms and experiments, application to trusses and pylons. Rap. tech. CRGP-2004/01, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, Juin 2004.
- [20] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Improved iterative regularization for vibration-based damage detection. In *Nondestructive Evaluation and Health Monitoring of Aerospace Materials, Composites, and Civil Infrastructure*, vol. 5767 de *Society of Photographic Instrumentation Engineers*, p. 132–142, San Diego, CA, March 2005.
- [21] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Model-based damage detection : Modeling, identification, and updating, application to trusses and pylons. Rap. tech. CRGP-2005/02, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, Juillet 2005.
- [22] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Model-based damage detection : Theory, algorithms and experimental verification, application to trusses and pylons. Rap. tech. CRGP-2006/01, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, 2006.
- [23] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Structural damage detection using nonlinear parameter identification with Tikhonov regularization. *Structural Control and Health Monitoring*, 14(3): 406–427, 2007.

- [24] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Consistent regularization of nonlinear model updating for damage identification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(6):1965–1985, 2009.
- [25] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Damage identification in a truss tower by regularized model updating. *Journal of Structural Engineering*, 136(3):307–316, 2010.