

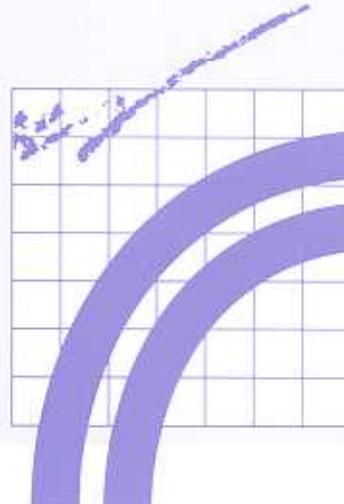
ÉTUDES ET  
RECHERCHES  
EN TRANSPORT



# EXPÉRIMENTATION DE LA MÉTHODE D'ENTROPIE CROISÉE POUR L'ESTIMATION D'ÉCHANGES ÉCONOMIQUES À PARTIR DE FLUX DE TRANSPORT

JEAN DUBÉ  
MARC DUPÉRE

SOCIOÉCONOMIE  
DES TRANSPORTS



**EXPÉRIMENTATION DE LA MÉTHODE D'ENTROPIE  
CROISÉE  
POUR L'ESTIMATION D'ÉCHANGES ÉCONOMIQUES  
À PARTIR DE FLUX DE TRANSPORT**

La présente étude a été réalisée à la demande du ministère des Transports du Québec.

Les opinions exprimées dans le présent rapport n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et ne reflètent pas nécessairement les positions du ministère des Transports du Québec.

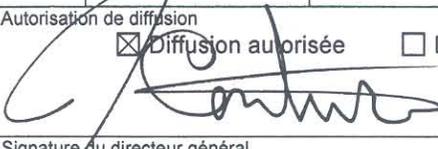
### **Auteurs**

Jean Dubé, JDMD Groupe Conseils inc.  
Marc Dupéré, JDMD Groupe Conseils inc.

### **Collaborateurs**

France-Serge Julien, Service de la modélisation des systèmes de transport  
Youssef Hajoui, Service de la modélisation des systèmes de transport

Dépôt légal – 2004  
Bibliothèque nationale du Québec  
ISBN 2-550-43106-5

Titre et sous-titre du rapport <b>EXPÉRIMENTATION DE LA MÉTHODE D'ENTROPIE CROISÉE POUR L'ESTIMATION D'ÉCHANGES ÉCONOMIQUES À PARTIR DE FLUX DE TRANSPORT</b>				N° du rapport Transports Québec RTQ-04-03		
				Rapport d'étape <input type="checkbox"/> An Mois Jour Rapport final <input checked="" type="checkbox"/> 2004 05 N° du contrat (RRDD-AA-CCXX) 1150-2003-005		
Auteur(s) du rapport Jean Dubé et Marc Dupéré				Date du début de l'étude 2004 01		Date de fin de l'étude 2004 05
Chargé de projet France-Serge Julien et Youssef Hajoui			Coût de l'étude 5000 \$			
Étude ou recherche réalisée par (nom et adresse de l'organisme) JDMD Groupe Conseils inc. 344, rue de Lammenais Sainte-Foy (Québec) G2G 2M5			Étude ou recherche financée par (nom et adresse de l'organisme) Ministère des Transports du Québec Service de la modélisation des systèmes de transport 35, rue de Port-Royal Est, 4 <sup>ème</sup> étage, Montréal, (Québec) H3L 3T1			
But de l'étude, recherche et renseignements supplémentaires Le but de l'étude est d'évaluer l'applicabilité d'une méthode d'estimation des flux d'échanges économiques basée sur des données connues de flux de transport des marchandises. Cette méthode d'estimation, qu'on voudrait pouvoir appliquer à l'estimation des flux interrégionaux à l'intérieur du Québec, est basée sur la minimisation de l'entropie croisée. Pour mesurer le potentiel de la méthode, on estime la matrice des flux économiques entre le Québec, le Canada et les États américains qui découlerait de l'application de ce modèle à partir des flux connus de camionnage interurbain. On compare ensuite les résultats obtenus aux données économiques officielles compilées par l'Institut de la statistique du Québec (ISQ). Cet exercice permet d'apprécier la capacité du modèle macroéconomique et de porter un jugement plus éclairé sur le potentiel d'une telle approche méthodologique.						
Résumé du rapport Le ministère des Transports du Québec a entrepris différentes démarches pour augmenter la connaissance de la demande de transport des marchandises entre le Québec et ses partenaires économiques et au sein de son marché intérieur. Il existe différentes façons d'estimer cette demande, notamment le recours à des modèles économétriques. La disponibilité relativement récente de données régionalisées sur les déplacements interurbains de véhicules lourds découlant de l' <i>Enquête sur le camionnage de 1999</i> permet de tester l'applicabilité d'une méthode visant à construire des matrices de flux économiques à partir de flux de transport. Cette méthode est basée sur la théorie de l'information et utilise la mesure de Kullback comme fonction objectif à optimiser, en tenant compte de certaines contraintes. Comme le Québec dispose de données produites par l'ISQ sur ses échanges économiques avec chacun des États américains, l'étude visait à comparer ces flux à ceux qui sont dérivés des déplacements de camions. Or, les résultats obtenus montrent que les estimations sont nettement différentes des flux économiques connus. L'étude fait ressortir que le modèle procure des chiffres peu réalistes, lorsque seules des informations sur les flux de transport routier de marchandises sont utilisées. Cela amène donc à conclure que les flux de transport routier ne pourront donc pas être utilisés dans le but de dériver directement les flux d'échanges économiques à l'échelle interrégionale québécoise. L'étude a donc permis d'explorer cette nouvelle voie pour l'établissement d'une relation entre la demande de transport et les flux d'échanges économiques, qui malheureusement se révèle non fructueuse.						
Nombre de pages 38	Nombre de photos aucune	Nombre de figures 21	Nombre de tableaux 14	Nombre de références bibliographiques 28	Langue du document <input checked="" type="checkbox"/> Français <input type="checkbox"/> Anglais	Autre (spécifier)
Mots-clés Flux d'échanges économiques ; flux de transport routier de marchandises ; minimisation de l'entropie croisée ; théorie de l'information.			Autorisation de diffusion <input checked="" type="checkbox"/> Diffusion autorisée <input type="checkbox"/> Diffusion interdite  Signature du directeur général			
			2004-11-08 Date			

## TABLE DES MATIÈRES

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>LE MODÈLE.....</b>	<b>3</b>
2.1	La présentation théorique .....	3
2.2	Présentation empirique .....	6
<b>3.</b>	<b>LA COMPTABILITÉ NATIONALE .....</b>	<b>9</b>
3.1	Le PIB par l'approche des revenus.....	10
3.2	Le PIB par l'approche des dépenses.....	10
3.3	Équivalence entre les deux concepts .....	11
<b>4.</b>	<b>LES DONNÉES .....</b>	<b>13</b>
4.1	Les flux de transport .....	13
4.2	Les données économiques.....	17
4.3	Comparaison des distributions .....	21
<b>5.</b>	<b>LES FLUX D'ÉCHANGES ESTIMÉS .....</b>	<b>23</b>
5.1	Les résultats d'estimation .....	23
5.1.1	<i>Les flux d'échanges totaux estimés.....</i>	<i>24</i>
5.1.2	<i>Les flux d'échanges routiers estimés.....</i>	<i>26</i>
5.2	Discussion .....	29
<b>6.</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>35</b>
<b>7.</b>	<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>37</b>

## LISTE DES TABLEAUX

<b>Tableau 1</b>	Table de contingence appliquée aux flux de transport entre N régions .....	<b>6</b>
<b>Tableau 2</b>	Flux de transport entre le Québec, les États-Unis et le Canada En nombre de déplacements pour une semaine représentative d'automne, 1999 .....	<b>14</b>
<b>Tableau 3</b>	Ventilation des flux de transport selon l'origine.....	<b>15</b>
<b>Tableau 4</b>	Ventilation des flux de transport selon la destination.....	<b>16</b>
<b>Tableau 5</b>	Produit intérieur brut en termes de revenus, en M\$ courants..	<b>18</b>
<b>Tableau 6</b>	Produit intérieur brut en termes de dépenses, en M\$ courants	<b>19</b>
<b>Tableau 7</b>	Exportations et importations du Québec avec ses partenaires économiques.....	<b>20</b>
<b>Tableau 8</b>	Comparaison des distributions des flux routiers et économiques .....	<b>21</b>
<b>Tableau 9</b>	Estimation des flux économiques, tous modes de transport (en M\$).....	<b>24</b>
<b>Tableau 10</b>	Estimation des flux d'échanges, par mode routier seulement (en M\$).....	<b>27</b>
<b>Tableau 11</b>	Comparaison des écarts obtenus pour les importations québécoises.....	<b>28</b>
<b>Tableau 12</b>	Comparaison des écarts obtenus pour les exportations québécoises.....	<b>28</b>
<b>Tableau 13</b>	Distribution des flux routiers et économiques des États-Unis, tous modes .....	<b>32</b>
<b>Tableau 14</b>	Distribution des flux routiers et économiques des États-Unis, mode routier.....	<b>32</b>

## 1 INTRODUCTION

La connaissance des multiples et complexes facteurs qui conditionnent la demande de transport est un atout pour éclairer les décideurs dans les choix et interventions qui touchent au domaine des transports. Elle permet de mieux comprendre les liens entre la disponibilité et la qualité des réseaux et systèmes de transport, l'économie et l'environnement. Or, comme il existe peu de données dans le domaine du transport des marchandises, le ministère des Transports est à analyser différentes méthodes qui lui permettraient d'obtenir un portrait de la demande de transport des marchandises.

Une de ces méthodes consiste à élaborer un modèle de demande de transport des marchandises en utilisant notamment les tableaux entrées-sorties pour estimer les flux de marchandises qui circulent entre les régions du Québec ou entre l'une d'elles et un marché extérieur. Toutefois, comme les tableaux entrées-sorties ne sont disponibles qu'à l'échelle du Québec et qu'il n'existe pas actuellement d'indicateurs permettant de les régionaliser, cette méthode a des limites importantes. Il faut aussi souligner que, même à l'échelle du Québec, plusieurs données dans les tableaux entrées-sorties sont manquantes en raison des normes de confidentialité. Il s'agit donc, pour le moment, d'une avenue complexe où les bénéfices attendus, en termes d'une meilleure connaissance de la demande de transport, sont mitigés.

Des travaux se font aussi, « dans l'autre sens » dans le but de connaître les échanges économiques interrégionaux à partir de données de transport, afin de pouvoir notamment régionaliser les tableaux entrées-sorties et aussi dégager un portrait économique plus complet des régions. Comme il existe depuis peu une série de données en transport routier qui permettent de dresser un profil des déplacements interurbains de véhicules lourds, il s'avère alors maintenant possible de tester une approche basée sur un modèle économique afin de dériver des flux économiques à partir de flux de transport. Bien qu'il s'agisse d'un exercice visant à évaluer un profil de flux économique interrégional plutôt qu'à définir la demande interrégionale de transport, il est intéressant de connaître la portée et les limites d'une telle approche, puisque les enseignements qui en ressortiront fourniront un éclairage aux travaux menés pour obtenir le portrait de la demande de transport des marchandises.

En 2003, Jean Dubé a construit une matrice de flux d'échanges économiques entre certaines régions métropolitaines du Québec, le reste du Québec et le reste du Canada, à partir de flux de transport, en utilisant une méthode de minimisation de l'entropie croisée basée sur la théorie de l'information. La méthode décrite subséquemment est d'inspiration bayésienne. Elle combine un ensemble d'informations initiales (*a priori*) avec un ensemble d'informations externes afin de dégager un ensemble d'informations ajustées (*a posteriori*).

Ce type de modèle a plusieurs utilités et avantages<sup>1</sup>. Il peut notamment servir à estimer des flux à partir d'informations connues et de contraintes fixées à

---

<sup>1</sup> Un avantage important du modèle développé est qu'il permet un jumelage d'informations qui proviennent de différentes sources dans le but d'en dégager un extrait unique.

l'avance. Il peut également servir à comparer différentes informations entre elles dans le but de discriminer ces sources à des fins d'utilisations subséquentes.

Quelques tentatives ont déjà été faites pour évaluer des flux de marchandises entre les régions du Québec et les partenaires économiques du Québec. Toutefois, en raison, principalement, de la rareté des données à l'échelle régionale, ces essais se sont avérés infructueux. La récente disponibilité de données régionalisées sur le camionnage interurbain a permis à Dubé (2003) de construire une matrice de flux d'échanges économiques entre certaines régions métropolitaines du Québec, le reste du Québec et le reste du Canada. Cependant, l'absence d'informations régionales valables rend impossible la validation des résultats obtenus.

L'objectif du projet est donc de comparer la matrice des flux économiques, qui découle de l'application de la méthode de minimisation de l'entropie croisée, à des données économiques liées à des entités géographiques pour lesquelles l'information est disponible. En effet, l'Institut de la statistique du Québec (ISQ) compile des données sur le commerce entre le Québec et les États américains. Il s'agit alors de confronter les résultats obtenus selon le modèle macroéconomique aux données de l'ISQ afin de déterminer la précision de celles-ci. Cette démarche permettra de mieux cerner le potentiel de la méthodologie développée par Dubé (2003).

Le rapport de recherche est divisé en quatre grandes sections. Premièrement, nous décrirons brièvement le modèle qui sera utilisé pour faire l'analyse et l'estimation. Cette section comporte deux parties : une présentation théorique du modèle et une démonstration de l'utilisation du cadre d'analyse afin de mener à bien l'estimation. Par la suite, nous ferons une brève description du principe de la comptabilité nationale et nous mentionnerons en quoi son utilisation peut nous permettre d'estimer les flux économiques entre les régions. Dans la section suivante, nous présenterons les données qui seront utilisées pour faire l'analyse empirique. Finalement, nous discuterons des résultats obtenus lors de l'estimation et nous les confronterons aux différentes données provenant des comptes économiques avant de conclure.

## 2. LE MODÈLE

Le modèle exposé est basé sur la théorie de l'information. Les premiers travaux de cette branche remontent aux écrits de Shannon (Shannon et Weaver [1975]), Jaynes (1957) et Kullback et Leibler (1951).

Bien que la théorie de l'information soit appuyée sur un fondement théorique solide<sup>2</sup>, nous ne présenterons pas formellement ces concepts dans le rapport, puisque nous en avons déjà fait une bonne présentation dans un cahier de recherche (Dubé et Dupéré [2003]). Cette théorie est bien décrite également dans Lemelin (2002) et Dubé (2003).

Toutefois, en guise d'aide-mémoire, rappelons que la théorie de l'information est basée sur une mesure mathématique de l'originalité d'une situation<sup>3</sup>. Le concept de mesure de l'originalité est formalisé par l'espérance mathématique du contenu d'un message à recevoir. Ce contenu est synthétisé par une mesure de distance, appelée mesure de Kullback.

La description du modèle s'appuiera sur une démarche d'inspiration bayésienne plutôt que sur la façon traditionnellement connue. Nous préférons donner une idée intuitive de l'application de la mesure de distance plutôt que de mettre l'accent sur sa provenance proprement dite.

### 2.1 La présentation théorique

La fonction objectif du modèle est la mesure de Kullback, qui est issue de la théorie statistique<sup>4</sup>. Cette mesure, axée sur un concept de distance entre distributions de probabilités, est définie par l'équation (1) suivante :

$$I(p|q) = \sum_i \sum_j p_{ij} \log \left( \frac{p_{ij}}{q_{ij}} \right) \quad (1)$$

où  $p$  dénote la distribution de probabilité a posteriori, celle à estimer, et  $q$  dénote la distribution de probabilité a priori, celle qui est connue. La mesure permet de choisir une distribution de probabilité, a posteriori, qui a une divergence directe minimale avec les informations connues a priori.

La distribution de probabilité a priori ( $q$ ) est un ensemble d'informations connues pouvant provenir de diverses sources. Pour sa part, la distribution de probabilité a posteriori ( $p$ ) doit être estimée en se basant sur l'ensemble d'informations provenant de  $q$  ainsi que sur tout autre facteur susceptible d'influencer cette distribution.

<sup>2</sup> Voir Theil (1967, 1971), Batten (1983), Kapur et Kesavan (1992) et Golan, Judge et Miller (1996).

<sup>3</sup> Shannon et Weaver (1975), p.19.

<sup>4</sup> On peut trouver une présentation de cette mesure dans Gouriéroux et Montford (1996).

De façon mathématique, nous pouvons résumer l'information disponible aujourd'hui dans un vecteur partitionné,  $\Theta$ , défini par l'équation (2) :

$$\Theta = \Theta(\Psi, \Phi, \Omega, \Pi) \quad (2)$$

Le vecteur (2) correspond donc à l'union de plusieurs vecteurs d'informations, notés  $\Psi$ ,  $\Phi$ ,  $\Omega$  et  $\Pi$ , possédant des caractéristiques uniques qui seront définies dans les lignes suivantes. Les ensembles partitionnés dans le vecteur servent d'informations, c'est-à-dire qu'ils permettent d'orienter nos inférences en nous fiant sur les événements et les réalisations présentes et passées.

Notons par  $\Psi$  et  $\Phi$ , les ensembles regroupant les études menées sur l'estimation des flux de transport, selon différents modes. Ces informations sont donc parties intégrantes des ensembles résumés par les vecteurs (3) et (4) suivants :

$$\Psi = \Psi(ftr_t) \quad (3)$$

$$\Phi = \Phi(ftr_{t-i}, ftm_{t-j}, fta_{t-j}, ftf_{t-j}) \quad (4)$$

$$\forall i = 1, \dots, t$$

$$\forall j = 0, \dots, t$$

Noté de cette manière, l'ensemble d'informations  $\Psi$  dépend des données portant sur les flux de transport routier (*ftr*) les plus récents. De son côté, l'ensemble d'informations  $\Phi$  rassemble les données disponibles sur les flux de transport routier des périodes précédentes ainsi que sur les flux de transport, pour les périodes présentes et passées, par les modes maritime (*ftm*), aérien (*fta*) et ferroviaire (*ftf*).

Notons par  $\Omega$  un ensemble qui rassemble les informations portant sur les flux de transport, mais qui ne sont pas incluses dans les vecteurs (3) et (4). Ce vecteur peut regrouper, entre autres, des données économiques ou des données provenant de divers organismes statistiques officiels. Ces informations sont définies par le vecteur (5) :

$$\Omega = \Omega(\bullet) \quad (5)$$

Exprimée de cette façon, la partition des ensembles  $\Psi$ ,  $\Phi$  et  $\Omega$  nous permet de cerner l'ensemble des informations jugées fiables a priori sur les flux de transport, et ce, pour tous les modes confondus.

Or, les informations sur les flux de transport ne sont pas les seules informations qui peuvent servir à départager et à estimer les flux d'échanges.

Nous noterons par  $\Pi$  un ensemble regroupant les informations économiques sur les échanges entre les régions souhaitées<sup>5</sup>. Cet ensemble peut servir de contrainte lors du problème d'optimisation ou encore d'information additionnelle non incluse dans les vecteurs (3) à (5). Il permet également de condenser les restrictions de la comptabilité nationale dans l'expression (6) suivante :

$$\Pi = \Pi(C, I, G, E, TN, EX, IM, *) \quad (6)$$

où la signification des variables est la même que celle utilisée en économie dans le calcul du produit intérieur brut (PIB) (comptabilité nationale)<sup>6</sup>.

L'inférence est donc faite en optimisant la fonction objectif, (1), sous certaines contraintes. C'est ici qu'interviennent les données économiques ( $\Pi$ ). Cet ensemble a pour but de contraindre la somme des probabilités en lignes et en colonnes. Des contraintes additionnelles portant sur les contraintes naturelles posées par les probabilités peuvent également être incluses. Le problème d'optimisation peut donc être résumé par le problème statique (7) suivant :

$$\begin{aligned} \text{Min } I(p|q) &= \sum_i \sum_j p_{ij} \log \left( \frac{p_{ij}}{q_{ij}} \right) \\ s/c : \\ \sum_i \sum_j p_{ij} &= 1 \\ p_{ij} &\geq 0 \\ \sum_i \sum_j p_{ij} g_{ijr} &= a_r \end{aligned} \quad (7)$$

où le dernier terme est une façon générale de noter l'ensemble des contraintes incluses dans le problème d'optimisation. La résolution de ce problème nous procurera une distribution de probabilité qui est la plus proche possible de celle connue a priori tout en respectant les contraintes imposées.

<sup>5</sup> Cet ensemble se dissocie cependant des données économiques qui peuvent être incluses dans l'ensemble  $\Omega$ .

<sup>6</sup> La partie sur la comptabilité nationale fait l'objet de la discussion de la section 3.

Cet optimum répond à un principe bien connu en statistique : le principe de Laplace, aussi appelé le principe d'objectivité scientifique. Ce principe stipule que s'il y a de bonnes raisons de croire que les estimations obtenues ne sont pas représentatives des flux d'échanges réels entre les régions, alors nous devrions simplement inclure ces informations supplémentaires dans le modèle, sous forme de contraintes par exemple. Cependant, s'il n'y a pas lieu de croire que les estimations sont erronées, alors nous sommes assurés que ces flux d'échanges sont ceux qui, étant donné l'information connue, ont la plus grande probabilité de se réaliser entre les différentes régions.

Le problème d'optimisation présenté à l'équation (7) permet donc une estimation qui est fondée sur des principes scientifiques plutôt que sur des approches de ratios, qui montrent des faiblesses évidentes.

## 2.2 Présentation empirique

L'estimation des flux d'échanges se fait en ayant recours aux tables de contingence. Celles-ci nous procurent un cadre d'analyse cohérent. Un exemple général de table de contingence appliquée aux flux de transport est résumé dans le tableau 1 suivant. Cette table est la base de l'analyse et de la résolution du problème d'optimisation, puisqu'elle permet de recourir aux probabilités et aux distributions de probabilités. Une cellule ou un élément général de la matrice,  $x_{ij}$ , représente un déplacement provenant de la région  $i$  à destination de la région  $j$ .

**Tableau 1** Table de contingence appliquée aux flux de transport entre N régions

Origine	Destination					Total
	Région 1	Région 2	Région 3	...	Région N	
Région 1	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	...	$x_{1N}$	$x_{1\bullet}$
Région 2	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	...	$x_{2N}$	$x_{2\bullet}$
Région 3	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	...	$x_{3N}$	$x_{3\bullet}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Région N	$x_{N1}$	$x_{N2}$	$x_{N3}$	...	$x_{NN}$	$x_{N\bullet}$
Total	$x_{\bullet 1}$	$x_{\bullet 2}$	$x_{\bullet 3}$	...	$x_{\bullet N}$	$x_{\bullet\bullet}$

Bien évidemment, les flux de déplacements de camions entre les régions ne représentent pas directement une distribution probabiliste telle que nous la connaissons. Il est donc nécessaire d'appliquer une transformation sur ces flux afin de les convertir en probabilités<sup>7</sup>. Cette transformation nous permet d'obtenir la distribution de probabilité des flux de transport ( $\Psi$ ) résumée par l'identité (8) suivante :

$$q_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\bullet\bullet}} \quad (8)$$

De la même façon, nous pouvons également appliquer ce type de transformation sur les flux économiques ( $\bar{x}_{ij}$ ) et les flux économiques totaux ( $\bar{x}_{\bullet\bullet}$ ). Or, nous ne connaissons pas la distribution probabiliste des flux économiques<sup>8</sup>; cependant, nous connaissons les distributions marginales de ces flux ( $\bar{x}_{i\bullet}, \bar{x}_{\bullet j}$ )<sup>9</sup>. C'est d'ailleurs la ventilation de ces flux marginaux totaux que nous pouvons imposer comme contraintes lors d'estimations subséquentes. Ces distributions marginales sont données par les équations (9) et (10) suivantes :

$$p_{\bullet j} = \frac{\bar{x}_{\bullet j}}{\bar{x}_{\bullet\bullet}} \quad (9)$$

$$p_{i\bullet} = \frac{\bar{x}_{i\bullet}}{\bar{x}_{\bullet\bullet}} \quad (10)$$

où les barres, dans les identités précédentes ( $\bar{x}$ ), signifient que les valeurs des totaux marginaux contraints sont différentes de la valeur des totaux marginaux portant sur les flux de transport.

---

<sup>7</sup> Les flux de transport peuvent être vus comme une distribution probabiliste si l'on considère chaque paire de déplacements origine-destination (O-D) comme étant un événement et les données provenant du sondage comme une expérience aléatoire. De ce fait, nous définissons un espace probabiliste qui sert à exploiter l'information de la distribution de probabilité dérivée des flux de transport. Ainsi, les axiomes des probabilités sont respectés au sens où une probabilité est non négative et la somme des probabilités donne un.

<sup>8</sup> C'est ce que nous cherchons à estimer.

<sup>9</sup> Qui sont en fait les revenus totaux et les dépenses totales générés par l'ensemble du Québec.

En résumé, pour estimer les flux d'échanges économiques, il faut d'abord déterminer les distributions de probabilités a priori (éq. 8) et les contraintes nécessaires au problème d'optimisation (éq. 9 et 10). Ensuite, il faut résoudre le problème d'optimisation donné à l'équation (7) afin d'obtenir la distribution de probabilité a posteriori. Finalement, il ne reste plus qu'à multiplier les probabilités obtenues par la valeur correspondante pour obtenir les flux d'échanges défini par l'équation (11) :

$$\hat{x}_{ij} = \hat{p}_{ij} \bar{x}_{..} \quad (11)$$

où les chapeaux de l'identité précédente ( $\hat{x}, \hat{p}$ ) indiquent des valeurs estimées.

### 3. LA COMPTABILITÉ NATIONALE

La comptabilité nationale permet de fixer les contraintes économiques et nous assure une cohérence entre les notions de dépenses et de revenus en rendant compte de la circularité des flux dans une économie. Elle constitue la base conceptuelle à partir de laquelle nous pouvons mesurer la dépense agrégée, le revenu agrégé et la production.

Au même titre que la comptabilité d'entreprise, cette branche de l'économie nous permet de classer les diverses transactions entre crédits et débits. La comptabilité nationale nous assure ainsi que les revenus d'un circuit économique seront égaux aux dépenses de ce même circuit, c'est-à-dire que la demande agrégée est égale à l'offre agrégée. Ce principe permet donc de capter les interrelations entre les différents agents économiques présents sur le marché national.

À titre d'illustration, considérons l'exemple suivant : un ménage tire un revenu de travail en échange de services offerts aux entreprises. En contrepartie, ce revenu de travail des ménages constitue une dépense pour les entreprises qui embauchent les travailleurs. Le fait d'engager du personnel permet à l'entreprise de produire une quantité de biens (ou de services) qui seront vendus sur le marché<sup>10</sup>. Ces biens et services sont achetés par les ménages et constituent, par le fait même, une recette pour l'entreprise, et ainsi de suite. Il est donc assez simple de voir que les recettes de certains agents peuvent être perçues comme des dépenses pour d'autres agents, dépendamment de quel bout de la loupe nous nous situons.

En partant de l'exemple précédent, nous pouvons maintenant mieux voir qu'à tout revenu généré dans l'économie correspond une dépense équivalente. Cette cohérence constitue une base comptable simple pour l'analyse des flux financiers. Elle nous indique aussi pourquoi le calcul du **produit intérieur brut** (PIB) par l'approche des revenus doit être égal au calcul du PIB par l'approche des dépenses.

L'utilisation de la comptabilité nationale dans le but d'analyser les flux d'échanges entre les régions nous procure donc un cadre comptable simple et cohérent. De cette manière, nous pouvons estimer des flux d'échanges tout en nous assurant de respecter les contraintes d'absorption (demande) et de production (offre) par région.

Avant d'aller plus loin, il nous semble fondamental d'expliquer brièvement la façon dont peuvent être calculés les revenus et les dépenses agrégés du Québec. Cette brève introduction pavera la voie au reste de l'analyse et à la compréhension des contraintes, naturelles, qui peuvent être posées lors de l'analyse et de la modélisation des flux d'échanges<sup>11</sup>.

<sup>10</sup> Cette production peut être représentée par une fonction de production qui combine les facteurs travail et capital.

<sup>11</sup> En fait, les contraintes sont utilisées pour valider les résultats provenant de l'estimation des flux d'échanges à partir des données sur les flux de transport.

### 3.1 Le PIB par l'approche des revenus

Nous pouvons calculer la valeur du PIB d'une économie en additionnant l'ensemble des revenus qui sont issus de l'activité économique pour une région géographique donnée<sup>12</sup>. La comptabilité nationale par l'approche des revenus consiste donc à faire la somme des revenus de travail tirés par l'ensemble des travailleurs à salaire ( $S$ ), des travailleurs autonomes ( $RNP$ ), des agriculteurs ( $RA$ ) et de la rémunération des ménages au moyen des dividendes, des gains d'intérêt et autres ( $i$  et  $B$ ). Formellement, nous pouvons exprimer les revenus totaux générés ( $RT$ ) par l'équation (12) qui suit :

$$RT = S + RNP + RA + B + i \quad (12)$$

La somme de tous les revenus des facteurs de production nous permet d'obtenir la valeur du revenu agrégé, appelé **revenu intérieur net au coût des facteurs**. Or, la mesure de la valeur du PIB par la méthode des revenus, nécessite deux ajustements au revenu agrégé.

Le premier ajustement consiste à ajouter les taxes nettes ( $TN$ ) perçues par le gouvernement, puisque celles-ci représentent aussi un revenu dans l'économie. Les taxes nettes sont définies comme étant la différence entre les impôts perçus par le gouvernement et les différents transferts (subsidés) versés. Ainsi, l'addition des taxes nettes aux revenus de travail permet d'obtenir la valeur du **produit intérieur net**.

Le second ajustement, afin d'obtenir la valeur du PIB, consiste à ajouter la valeur de la dépréciation ( $D$ ) au produit intérieur net<sup>13</sup>. Ainsi, formellement, le calcul du **produit intérieur brut** par l'approche des revenus ( $Y_r$ ) peut être résumé par l'équation (13) :

$$Y_r = RT + TN + D \quad (13)$$

### 3.2 Le PIB par l'approche des dépenses

De l'autre côté de la médaille, le calcul du PIB peut également être fait par une approche de dépenses, c'est-à-dire par le calcul de la demande intérieure.

Le PIB peut donc être calculé en faisant la somme de ce que les agents dépensent pour l'achat de biens et services dans l'économie québécoise. Il s'agit d'additionner les dépenses qui ont été encourues par les consommateurs ( $C$ ), par les différents paliers de gouvernement ( $G$ ) et par les

<sup>12</sup> Une autre façon consisterait à faire la somme des valeurs ajoutées par secteur. Cependant, cette méthode posera vraisemblablement problème lorsque viendra le temps de considérer un plus grand nombre de régions.

<sup>13</sup> Le calcul de la production par l'approche des dépenses inclut la dépréciation dans l'investissement. Cependant, les entreprises déduisent la dépréciation de leur revenu (profit). Ainsi, pour réconcilier les deux approches, nous devons ajouter la dépréciation aux revenus nets.

investissements des entreprises ( $I$ ). Ainsi, en supposant l'absence de marchés extérieurs, la demande intérieure est donnée par l'identité (14) :

$$Y_d = C + I + G \quad (14)$$

Or, puisque l'économie du Québec est une petite économie qui est centrée sur les échanges avec différents partenaires, nous ne pouvons pas négliger le secteur extérieur dans le calcul du PIB. Puisqu'il s'agit de recenser les dépenses de consommation de biens et services, nous devons ajouter, à l'équation (14), le montant des exportations nettes ( $EN$ ) vers les régions extérieures<sup>14</sup>. Celles-ci sont définies comme étant la différence entre les exportations ( $EX$ ) et les importations du Québec ( $IM$ ). Les exportations nettes peuvent donc être résumées par l'équation (15) :

$$EN = EX - IM \quad (15)$$

Donc, lorsque nous tenons compte de l'ouverture de l'économie dans le calcul des dépenses agrégées, le **produit intérieur brut** par l'approche des dépenses ( $Y_d$ ), est donné par l'addition de l'équation (15) à l'équation (14). Cette somme est donnée par l'identité (16) :

$$Y_d = C + I + G + EX - IM \quad (16)$$

C'est donc en partant des équations (13) et (16) que nous pouvons établir le cadre de cohérence dans lequel sont élaborées les contraintes économiques qui servent de guide lors de l'estimation du modèle, qui est présenté formellement dans la section 2.

### 3.3 Équivalence entre les deux concepts

Puisque la comptabilité nationale nous assure que les deux concepts sont équivalents, c'est-à-dire que l'offre agrégée est égale à la demande agrégée, nous avons donc l'égalité suivante entre les équations (13) et (16) :

$$Y_r = Y_d \quad (17)$$

---

<sup>14</sup> Cela équivaut à faire la somme de la demande intérieure et de la demande extérieure nette.

Ainsi, en partant de cette égalité, nous pouvons donc réécrire l'équation (17) de façon à être en mesure d'exploiter l'information provenant de la comptabilité nationale et de recourir à ces contraintes portant sur la production (offre) et l'absorption (demande) agrégées. Cette égalité peut donc être réécrite de la façon suivante :

$$RT + TN + D = C + I + G + EX - IM \quad (18)$$

En réorganisant le terme des exportations nettes de façon à exprimer les importations du côté gauche, nous obtenons finalement l'équation (19) :

$$RT + TN + D + IM = C + I + G + EX \quad (19)$$

C'est à partir de cette identité que les contraintes sont introduites dans l'estimation des flux d'échanges économiques. Elle sert à établir la cohérence sur la somme des éléments généraux (cellules) de la matrice des flux, qui est présentée à la section 2.2.

En bref, l'équation (19) nous permet de travailler dans un cadre aussi cohérent qu'une table de contingence, puisque nous sommes assurés que les totaux marginaux seront égaux, et ce, par la définition même des concepts de la comptabilité nationale.

## 4. LES DONNÉES

Les données nécessaires à l'application du modèle peuvent provenir de diverses sources : Statistique Canada, l'Institut de la statistique du Québec (ISQ), le ministère des Transports du Québec (MTQ), Transports Canada (TC) et bien d'autres ministères ou organismes.

Dans le cas présent, nous nous contentons d'exploiter deux sources de données afin de vérifier si l'utilisation du modèle décrit précédemment et le recours aux flux de transport peuvent donner une estimation relativement fiable de la distribution des flux économiques. Les données portant sur les échanges routiers constitueront la pierre angulaire de l'analyse alors que les données économiques, sur les importations et les exportations, serviront de barème de vérification pour les flux d'échanges estimés à l'aide du modèle présenté à la section 2. Les deux prochaines sous-sections sont donc destinées à expliciter les données qui sont utilisées lors de l'analyse.

### 4.1 Les flux de transport

Les données sur les flux de transport proviennent d'une enquête en bordure des routes menée en 1999 par le ministère des Transports du Québec, en collaboration avec le Conseil canadien des administrateurs de transport motorisé (CCATM), et correspondent à l'ensemble  $\Psi$  décrit en (3).

Cette enquête relève les déplacements de véhicules lourds au cours d'une semaine moyenne de l'automne au Québec, en 1999. Elle a permis de recueillir 16 800 observations sur les déplacements interurbains de camions<sup>15</sup>, c'est-à-dire sur les déplacements de 80 kilomètres et plus. Ces données ont été recueillies par 51 postes d'enquête en bordure des principaux axes routiers du Québec permettant ainsi d'atteindre un niveau de détails et de précisions impossibles à atteindre avec les données d'enquête de Statistique Canada, par exemple. De tous les camionneurs ayant effectué les 16 800 déplacements interurbains, 3 000 ont refusé de répondre au questionnaire.

De plus, 7 900 observations, interceptées ailleurs au Canada, ont été greffées à l'échantillon. De ce fait, 21 000 observations sont disponibles pour l'analyse des déplacements de longue distance. La taille de cet échantillon est donc presque cinq fois plus grande que celle de l'échantillon tiré lors d'une enquête similaire menée en 1995.

---

<sup>15</sup> Déplacements interurbains de camions lourds (3 000 kilos et plus).

La base de données incorpore également les déplacements de moins de 80 kilomètres reliant deux régions administratives<sup>16</sup>. À partir des 285 000 observations totales, 45 000 observations ont été laissées de côté<sup>17</sup>, ce qui nous procure un échantillon total d'environ 240 000 observations<sup>18</sup>. L'addition de déplacements internes ou locaux, c'est-à-dire des déplacements de moins de 80 kilomètres, rend particulièrement intéressante cette base de données, puisque Statistique Canada se limite aux déplacements de plus de 80 kilomètres.

Les données du CCATM sont les plus précises disponibles à ce jour en ce sens qu'elles incorporent les transporteurs travaillant à leur propre compte, ce que ne fait pas Statistique Canada. Les données provenant de l'enquête du CCATM 2003 sont jugées « [...] les meilleures données disponibles actuellement sur les flux hebdomadaires de camions lourds entre le Québec et ses marchés extérieurs, de même qu'entre la plupart des régions du Québec »<sup>19</sup>. Elles proviennent d'une compilation spéciale du ministère des Transports du Québec et sont résumées dans le tableau 2.

**Tableau 2 Flux de transport entre le Québec, les États-Unis et le Canada  
En nombre de déplacements pour une semaine représentative d'automne, 1999**

		Destination														Total
		Canada				Etats-Unis										
		Ouest	Maritimes	Ontario	Québec	Sud-Est	Sud	Midwest	NH/ME	NY/NJ	Nouv.-Ang.	Pennsylvanie	Vermont	Ouest		
Origine	Canada	Ouest	0	59	11	332	1	0	0	7	4	5	0	1	0	420
	Maritimes	46	96	805	3 027	24	63	157	0	71	2	9	1	65	4 367	
	Ontario	2	1 093	1 626	31 384	28	11	44	152	34	124	47	116	2	34 663	
	Québec	332	2 642	28 535	129 862	1 847	856	2 266	1 655	6 999	1 968	1 715	1 633	938	181 249	
	Etats-Unis	Sud-Est	0	15	24	1 803	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1 842
	Sud	0	31	3	852	0	0	0	0	0	0	0	0	0	887	
	Midwest	0	89	25	1 811	0	0	0	55	0	0	0	2	0	1 982	
	NH/ME	1	0	156	2 067	0	0	80	47	9	0	0	0	2	2 363	
	NY/NJ	1	40	44	5 889	0	0	0	0	8	0	3	0	4	5 988	
	Nouv.-Ang.	5	0	62	2 026	0	0	0	0	0	0	0	0	6	2 098	
Pennsylvanie	4	6	1	1 528	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1 541		
Vermont	0	8	160	1 360	0	0	16	0	0	0	0	0	10	1 554		
Ouest	0	24	1	826	0	0	0	1	0	3	0	2	0	857		
Total		391	4 103	31 454	182 769	1 900	930	2 564	1 918	7 126	2 103	1 774	1 755	1 026	239 812	

Source : Ministère des Transports du Québec (MTQ)  
Compilation : JDMD Groupe Conseils inc.

<sup>16</sup> Il s'agit de l'appellation retenue pour désigner les déplacements internes.

<sup>17</sup> Jugées indésirables lors de l'enquête.

<sup>18</sup> Ministère des Transports du Québec (2003), p.5 à 14.

<sup>19</sup> Ibid, p.7.

L'étude des données sur les flux de camions nous révèle que celles-ci sont principalement axées sur les déplacements du Québec<sup>20</sup>. Malgré un souci d'incorporation des données provenant des enquêtes externes dans les données du CCATM 1999, il est assez évident que les flux de transport routier interzones pour les régions outre Québec sont proportionnellement très faibles et correspondent à du transit. Cette conclusion est encore plus frappante lorsque nous étudions la répartition des flux de transport selon l'origine et la destination. Les résultats de cette analyse sont d'ailleurs reportés dans les tableaux 3 et 4 suivants.

**Tableau 3 Ventilation des flux de transport selon l'origine**

		Destination													Total
		Canada				Etats-Unis									
		Ouest	Maritimes	Ontario	Québec	Sud-Est	Sud	Midwest	NH/ME	NY/NJ	Nouv.-Ang.	Pennsylvanie	Vermont	Ouest	
Canada	Ouest	0,0%	14,1%	2,6%	79,1%	0,3%	0,0%	0,0%	1,6%	0,9%	1,2%	0,0%	0,2%	0,0%	100,0%
	Maritimes	1,1%	2,2%	18,4%	69,3%	0,5%	1,4%	3,6%	0,0%	1,6%	0,1%	0,2%	0,0%	1,5%	100,0%
	Ontario	0,0%	3,2%	4,7%	90,5%	0,1%	0,0%	0,1%	0,4%	0,1%	0,4%	0,1%	0,3%	0,0%	100,0%
	Québec	0,2%	1,5%	15,7%	71,6%	1,0%	0,5%	1,3%	0,9%	3,9%	1,1%	0,9%	0,9%	0,5%	100,0%
Etats-Unis	Sud-Est	0,0%	0,8%	1,3%	97,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%
	Sud	0,0%	3,5%	0,4%	96,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%
	Midwest	0,0%	4,5%	1,2%	91,4%	0,0%	0,0%	0,0%	2,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	100,0%
	NH/ME	0,0%	0,0%	6,6%	87,5%	0,0%	0,0%	3,4%	2,0%	0,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	100,0%
	NY/NJ	0,0%	0,7%	0,7%	98,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	100,0%
	Nouv.-Ang.	0,3%	0,0%	2,9%	96,6%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,3%	100,0%
	Pennsylvanie	0,3%	0,4%	0,1%	99,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%
	Vermont	0,0%	0,5%	10,3%	87,5%	0,0%	0,0%	1,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,6%	100,0%
Ouest	0,0%	2,8%	0,2%	96,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	0,3%	0,0%	0,2%	0,0%	100,0%	

Source : Ministère des Transports du Québec (MTQ)  
 Compilation : JDMD Groupe Conseils inc.

<sup>20</sup> Ce qui est assez logique vu la composition de l'échantillon.

**Tableau 4 Ventilation des flux de transport selon la destination**

		Destination													
		Canada				Etats-Unis									
		Ouest	Maritimes	Ontario	Québec	Sud-Est	Sud	Midwest	NH/ME	NY/NJ	Nouv.-Ang.	Pennsylvanie	Vermont	Ouest	
Origine	Canada	Ouest	0,0%	1,4%	0,0%	0,2%	0,1%	0,0%	0,0%	0,4%	0,1%	0,2%	0,0%	0,1%	0,0%
		Maritimes	11,8%	2,3%	2,6%	1,7%	1,2%	6,8%	6,1%	0,0%	1,0%	0,1%	0,5%	0,1%	6,3%
		Ontario	0,5%	26,6%	5,2%	17,2%	1,5%	1,2%	1,7%	7,9%	0,5%	5,9%	2,6%	6,6%	0,2%
		Québec	84,8%	64,4%	90,7%	71,1%	97,2%	92,0%	88,4%	86,3%	98,2%	93,6%	96,7%	93,0%	91,5%
	Etats-Unis	Sud-Est	0,0%	0,4%	0,1%	1,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
		Sud	0,0%	0,8%	0,0%	0,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
		Midwest	0,0%	2,2%	0,1%	1,0%	0,0%	0,0%	0,0%	2,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%
		NH/ME	0,1%	0,0%	0,5%	1,1%	0,0%	0,0%	3,1%	2,5%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%
		NY/NJ	0,2%	1,0%	0,1%	3,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	0,1%	0,0%	0,4%
		Nouv.-Ang.	1,3%	0,0%	0,2%	1,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,5%
		Pennsylvanie	1,1%	0,1%	0,0%	0,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
		Vermont	0,1%	0,2%	0,5%	0,7%	0,0%	0,0%	0,6%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%
		Ouest	0,0%	0,6%	0,0%	0,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	0,1%	0,0%	0,1%	0,0%
Total	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Source : Ministère des Transports du Québec (MTQ)  
 Compilation : JDMD Groupe Conseils inc.

Il est possible de constater que les flux de camions provenant du Québec sont destinés, en grande majorité, à demeurer au Québec. Cette proportion représente 71,7 % des déplacements totaux. En ce qui concerne les flux de camions ayant comme destination le Québec, nous pouvons constater que 71,1 % de ces flux proviennent du Québec proprement dit.

Le tableau 3 nous indique que le reste de la ventilation des déplacements de camions provenant du Québec se fait, dans l'ordre, vers l'Ontario (15,7 %), la région de New York/New Jersey (3,4 %), les Maritimes (1,5 %) et les États du Midwest (1,3 %) et de la Nouvelle-Angleterre (1,1 %).

Exception faite du Canada, les principales destinations américaines des flux de transport provenant du Québec sont la région de New York/New Jersey (35,2 %), les États du Midwest (11,4 %), de la Nouvelle-Angleterre (9,9 %) et du Sud-Est (9,3 %), la Pennsylvanie (8,6 %), la région du New Hampshire/Maine (8,3 %), le Vermont (8,2 %), et les États du Sud (4,5 %) et de l'Ouest (4,5 %).

En ce qui concerne la ventilation des déplacements à destination du Québec, les partenaires les plus importants, outre le Québec, sont, par ordre d'importance, l'Ontario (17,2 %), la région de New York/New Jersey (3,2 %), les Maritimes (1,7 %), la région du New Hampshire/Maine (1,1 %) et la Nouvelle-Angleterre (1,1 %).

De façon identique à l'analyse précédente, nous pouvons constater qu'outre les régions canadiennes, les flux de camions proviennent principalement des régions de New York/New Jersey (32,4 %) et du New Hampshire/Maine (11,4 %), des États de la Nouvelle-Angleterre (11,2 %), du Midwest (10,0 %) et du Sud-Est (9,9 %), de Pennsylvanie (8,1 %), du Vermont (7,1 %), et des États du Sud (5,1 %) et de l'Ouest (5,1 %).

Il est clair, en partant de la dernière analyse, que les flux de transport à l'extérieur du Canada sont principalement dus à la région de New York/New Jersey, et aux États de la Nouvelle-Angleterre et du Midwest.

Il s'ensuit donc que nous pouvons nous attendre logiquement à ce que les échanges économiques avec les États américains soient plus élevés, de façon proportionnelle, pour les régions générant un plus grand nombre de déplacements. Il reste maintenant à voir si les données économiques corroborent les données des flux de transport.

## 4.2 Les données économiques

Les données économiques nécessaires à l'estimation des flux d'échanges proviennent des comptes économiques provinciaux<sup>21</sup>. Afin d'arrimer la valeur des origines et des déplacements aux données économiques, nous avons besoin du calcul du PIB par la méthode des revenus et par la méthode des dépenses.

Les données portant sur les revenus totaux dans l'économie du Québec sont résumées dans le tableau 5. Le PIB en termes de revenus nous permet de construire l'identité (13) de la section 3.

Pour leur part, les données servant à calculer le PIB en termes de dépenses sont résumées dans le tableau 6. Ce dernier servira à monter les équations (14) et (15). L'équation (15), portant sur les exportations nettes, sera scindée en deux afin d'écrire la forme finale qui servira de contrainte générale lors de l'estimation. Cette forme finale est donnée, rappelons-le, par l'équation (19).

L'éclatement de l'équation (15) vise la ventilation des importations et des exportations au niveau macroéconomique. Nous devons désagréger ces données au nombre de régions que nous désirons incorporer dans le modèle<sup>22</sup>. Pour ce faire, nous devons donc désagréger les importations et les exportations entre les régions des États-Unis et du Canada. Cette désagrégation est donnée dans le tableau 7.

Ainsi, la contrainte portant sur le total marginal des lignes (production) nécessite la connaissance des variables des revenus totaux ( $RT$ ), de l'épargne des ménages ( $E$ ), des taxes nettes ( $TN$ ) et des importations ( $IM$ ).

<sup>21</sup> Publiés annuellement par Statistique Canada et par l'Institut de la statistique du Québec.

<sup>22</sup> En fait, il faut ajouter une région supplémentaire à l'analyse, soit le reste du monde, afin de s'assurer de conserver la cohérence des comptes économiques.

Pour sa part, la contrainte portant sur le total marginal des colonnes (absorption) nécessite la connaissance des variables de consommation (C), d'investissement (I), des dépenses gouvernementales dans l'économie (G) et des exportations (EX).

**Tableau 5      Produit intérieur brut en termes de revenus, en M\$ courants**

	<b>1999</b>
	(en M\$)
Rémunération des salariés	108 173
Bénéfices des sociétés avant impôts	23 065
Intérêts et revenus de placements	12 825
Revenu net des entreprises individuelles et agricoles	12 742
Ajustement de la valeur des stocks	-465
Impôts moins subventions, sur facteurs de production	13 706
<b><i>Produit intérieur net aux prix de base<sup>23</sup></i></b>	<b>170 046</b>
Impôts moins subventions, sur produits	15 044
Provisions pour consommation de capital	25 730
<i>Divergence statistique</i>	-11
<b><i>Produit intérieur brut aux prix du marché</i></b>	<b>210 809</b>

Source : Statistique Canada, Comptes économiques provinciaux, Estimations 2002.

<sup>23</sup> Semblable au produit intérieur brut au coût des facteurs; à quelques ajustements près.

**Tableau 6**      **Produit intérieur brut en termes de dépenses, en M\$ courants**

	<u>1999</u>
	<u>(en M\$)</u>
Dépenses personnelles en biens et services	124 406
Dépenses courantes nettes des administrations publiques	43 854
Formation brute de capital fixe des administrations publiques	5 232
Investissements des administrations publiques en stocks	-2
Formation brute de capital fixe des entreprises	31 519
Investissements des entreprises en stocks	2 823
Exportations de biens et services	124 048
(moins) Importations de biens et services	(121 082)
<i>Divergence statistique</i>	<u>11</u>
<b><i>Produit intérieur brut aux prix du marché</i></b>	<b><u>210 809</u></b>

Source : Statistique Canada, Comptes économiques provinciaux, Estimations 2002.

**Tableau 7 Exportations et importations du Québec avec ses partenaires économiques<sup>24</sup>**

		Commerce extérieur			
		(En M\$ canadiens)		(En % des échanges totaux)	
		Exportations	Importations	Exportations	Importations
<b>Canada</b>	Ouest	9 563	7 113	7,7%	5,9%
	Maritimes	5 573	3 412	4,5%	2,8%
	Ontario	25 814	30 203	20,8%	24,9%
	Québec	--	--	--	--
<b>Etats-Unis</b>	Sud-Est	9 782	4 621	7,9%	3,8%
	Sud	8 319	5 108	6,7%	4,2%
	Midwest	13 548	7 997	10,9%	6,6%
	NH/ME	1 561	976	1,3%	0,8%
	NY/NJ	15 246	5 073	12,3%	4,2%
	Nouv.-Ang.	4 063	3 138	3,3%	2,6%
	Pennsylvanie	3 724	1 331	3,0%	1,1%
	Vermont	6 023	2 874	4,9%	2,4%
	Ouest	6 717	6 123	5,4%	5,1%
	Reste du monde	14 116	43 111	11,4%	35,6%
<b>Total</b>	<b>124 048</b>	<b>121 082</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	

Source : Institut de la Statistique du Québec

Compilation : JDMD Groupe Conseils inc. <sup>25,26</sup>

Les données économiques portant sur les échanges de produits nous révèlent que les exportations destinées à l'extérieur du Canada se concentrent à 85 % aux États-Unis. Les données économiques nous apprennent également que les importations internationales du Québec proviennent environ de façon quasi égale des États-Unis (47,6 %) et du reste du monde (52,4 %).

De plus, la ventilation des exportations et des importations totales nous permet de constater que les partenaires économiques les plus importants pour le Québec sont<sup>27</sup>, dans l'ordre, l'Ontario, le Midwest américain, la région de New York/New Jersey et l'Ouest canadien. Il est donc naturel de s'attendre, a priori, à ce que les flux d'échanges pour ces régions soient supérieurs aux autres régions telles que les Maritimes et la région du New Hampshire/Maine.

<sup>24</sup> Les données d'exportations du Québec vers les régions américaines sont différentes de celles de Statistique Canada, l'ISQ apportant quelques corrections aux données.

<sup>25</sup> Pour conserver la cohérence des comptes économiques, les exportations et les importations de biens et services sont ventilées de façon proportionnelle aux échanges de biens.

<sup>26</sup> Les données canadiennes sont ventilées à partir des données de 2000.

<sup>27</sup> En ignorant le reste du monde qui regroupe l'ensemble des pays à l'exception des États-Unis.

### 4.3 Comparaison des distributions

Le problème de l'estimation des flux économiques en utilisant les flux de transport routier ne se poserait pas si les distributions des flux étaient identiques ou à tout le moins similaires. Sachant que, selon l'ISQ, environ deux tiers des échanges avec les États-Unis sont faits par de déplacements routiers<sup>28</sup>, il peut donc être raisonnable de croire que le transport routier donne un portrait relativement juste des échanges économiques interrégionaux.

Cependant, il ne faut pas négliger le fait que près de 33 % des échanges avec les États-Unis ne sont pas représentés dans les flux routiers, ce qui peut altérer les estimations effectuées à l'aide de cette unique source de données.

Néanmoins, malgré l'absence des autres modes de transport dans les flux de transport avec les États-Unis, il est possible que la distribution des flux routiers soit représentative des échanges économiques entre ces régions. Afin de vérifier cette hypothèse, comparons les distributions des flux routiers et économiques.

**Tableau 8 Comparaison des distributions des flux routiers et économiques**

		Production			Absorption		
		Transport	Économique		Transport	Économique	
			Total	Sans RdM		Total	Sans RdM
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Canada	Ouest	0,2 %	4,5 %	5,9 %	0,2 %	3,4 %	4,9 %
	Maritimes	1,5 %	2,6 %	3,4 %	1,7 %	1,6 %	2,3 %
	Ontario	15,7 %	12,2 %	15,9 %	17,2 %	14,5 %	20,7 %
	Québec	71,6 %	41,2 %	53,6 %	71,1 %	41,7 %	59,3 %
États-Unis	Sud-Est	1,0 %	2,3 %	3,0 %	1,0 %	1,1 %	1,6 %
	Sud	0,5 %	1,3 %	1,7 %	0,5 %	0,7 %	1,0 %
	Midwest	1,3 %	2,8 %	3,6 %	1,0 %	2,1 %	2,9 %
	NH/ME	0,9 %	0,4 %	0,6 %	1,1 %	0,3 %	0,5 %
	NY/NJ	3,9 %	4,1 %	5,4 %	3,2 %	1,6 %	2,2 %
	Nouv. Ang.	1,1 %	1,1 %	1,5 %	1,1 %	0,9 %	1,3 %
	Pennsylvanie	0,9 %	0,9 %	1,2 %	0,8 %	0,3 %	0,5 %
	Vermont	0,9 %	1,8 %	2,4 %	0,7 %	1,0 %	1,4 %
	Ouest	0,5 %	1,5 %	1,9 %	0,5 %	1,0 %	1,4 %
	Reste du monde	0,0 %	23,2 %	---	0,0 %	29,6 %	---
	<b>Total</b>	<b>100 %</b>					

Compilation : JDMD Groupe Conseils inc.

Le premier constat à faire est l'absence du reste du monde (excluant les États-Unis) dans les flux de transport routier. Cette problématique, qui a été soulignée précédemment, n'est pas évitable sans l'ajout de nouvelles informations sur les autres modes de transport.

<sup>28</sup> En fait, les exportations par camion représentent 65,3 % des exportations par tous les modes de transport alors que les importations par camion représentent 67,3 % des importations totales. Source : Institut de la statistique du Québec, pour l'année 1999.

La comparaison des deux distributions doit donc être basée sur les distributions excluant le reste du monde (colonnes (3) et (6) du tableau 8) afin d'être conforme à l'univers couvert par les flux de transport. L'analyse de ces flux permet de constater, en premier lieu, une part importante du Québec et de l'Ontario dans les flux routiers. En effet, ces deux régions accaparent, à elles seules, près de 90 % des déplacements routiers alors que la valeur économique associée à ces échanges représente 70 à 80 % du total<sup>29</sup>.

L'étude des flux américains de production, en excluant les flux canadiens, permet de constater certains points intéressants. En effet, en comparant la distribution des transports routiers avec celle des données économiques (proportion flux routiers – proportion flux économiques), il est possible de remarquer qu'une seule région présente un écart de plus de 10 % entre les flux routiers et les flux économiques, soit celle de New York/New Jersey (10,1 %). De plus, trois autres régions indiquent un écart d'environ 5 % : la région du New Hampshire/Maine (5,4 %), le Midwest (-5,1 %) et le Sud-Est (-5,0 %). Le reste des États ont des écarts qui varient de 2,5 % à 5 %, soit l'Ouest (-4,4 %), le Sud (-3,4 %), le Vermont (-3,1 %), la Nouvelle-Angleterre (-3,0 %) et finalement, la Pennsylvanie (-2,6 %).

La même analyse effectuée sur les flux américains d'absorption met en évidence le fait que deux régions présentent un écart de plus de 10 % entre les flux routiers et les flux économiques: New York/New Jersey (15,1 %) et le Midwest (-12,6 %) . De plus, deux régions dénotent un écart de plus 5 %, soit la région du New Hampshire/Maine (7,2 %) et la région de l'Ouest (-5,9 %). Le reste des États ont des écarts qui varient de 1 à 5 %, soit la Pennsylvanie (4,2 %), le Vermont (-3,9 %), ceux du Sud (-2,8 %), du Sud-Est (-2,4 %) et finalement, la Nouvelle-Angleterre (1,0 %).

Cela permet donc de voir que les écarts les plus grands entre les flux de transport et les flux économiques se situent à peu près dans les mêmes régions, indépendamment que l'on considère la production ou l'absorption. En effet, les régions de New York/New Jersey, le Midwest et le New Hampshire/Maine présentent des écarts supérieurs à 5 % en production et en absorption. Une région diffère légèrement de ce comportement, soit le Sud-Est qui présente un écart de -5,0 % en ce qui a trait à la production et de seulement -2,4 % en ce qui concerne l'absorption.

Cette première analyse permet de voir que les distributions des flux routiers et des flux économiques diffèrent de façon variable d'une région à l'autre. Cependant, il est impossible pour l'instant de déterminer quel sera l'impact de ces écarts sur les résultats des estimations des flux économiques à l'aide des flux routiers. Pour ce faire, des estimations sont faites dans la prochaine section, ce qui devrait permettre de mettre en lumière les conséquences liées aux différences observées dans les distributions.

---

<sup>29</sup> Tant sur le plan des importations qu'en ce qui a trait aux exportations.

## 5. LES FLUX D'ÉCHANGES ESTIMÉS

Les flux d'échanges économiques sont estimés à partir des données disponibles sur les flux de transport et une contrainte qui nous assure de reproduire les conditions d'équilibre entre l'offre et la demande agrégées<sup>30</sup>. L'exercice consiste à estimer la valeur des échanges économiques en se basant sur les flux de transport et sur le fait que les exportations et les importations québécoises totales ne peuvent pas être supérieures à leurs valeurs économiques observées.

Ainsi, les seules contraintes introduites dans cette estimation consistent à fixer la somme des flux totaux estimés à être égale aux distributions économiques marginales connues<sup>31</sup>. Le fait de ne pas prendre ces contraintes en considération voudrait simplement dire que la production et l'absorption totales du Québec peuvent s'ajuster pour des périodes passées, ce qui ne fait aucun sens, économiquement parlant.

Ces flux sont estimés en partant du modèle présenté à la section 2, c'est-à-dire en ayant recours à la mesure de distance de Kullback. Cette mesure, une fois optimisée sous contrainte, est aussi désignée par le terme de minimisation de l'entropie croisée ou MinXEnt<sup>32</sup>. Le but premier du rapport de recherche est d'arriver à fournir une estimation des flux d'échanges économiques en partant des données de flux de transport et en nous servant d'un minimum d'informations supplémentaires sur les contraintes économiques. Cela implique donc que le modèle présenté à la section 3 sera appliqué d'une façon différente de celle utilisée par Dubé (2003).

### 5.1 Les résultats d'estimation

Les résultats auxquels nous sommes arrivés découlent de l'utilisation des données de flux de transport obtenues grâce au CCATM 1999 et des données économiques de l'Institut de la statistique du Québec<sup>33</sup>.

L'étude des résultats est divisée en deux parties. Dans un premier temps, il s'agit de vérifier si les données de flux de transport permettent de dégager un portrait assez juste des échanges économiques totaux entre les régions<sup>34</sup>. Pour ce faire, nous comparerons les flux estimés à l'aide de la méthode MinXEnt et les données portant sur les importations et les exportations régionales du Québec vers les États américains et les provinces canadiennes.

<sup>30</sup> En fait, cette information sert de guide afin de s'assurer que l'offre agrégée est égale à sa valeur observée et que la demande agrégée est également identique à sa valeur observée.

<sup>31</sup> D'autres estimations ont également été faites en contraignant les distributions de probabilités estimées à être égales à la somme de la distribution probabiliste des régions comme le Canada et les États-Unis. Cependant, les résultats obtenus donnent un portrait encore moins réaliste des flux d'échanges économiques entre les régions puisqu'on restreint les possibilités d'ajustement des distributions en limitant l'impact de l'Ontario sur le total.

<sup>32</sup> D'après l'assignation faite par Kapur et Kesavan (1992).

<sup>33</sup> Qui correspondent aux données des comptes économiques provinciaux de Statistique Canada.

<sup>34</sup> C'est-à-dire pour tous les modes.

Par la suite, nous effectuerons le même type d'analyse, mais seulement au niveau des échanges par mode routier. A priori, il est possible de penser que les résultats des estimations devraient être plus justes avec ce type d'analyse, puisque nous ne considérons que les flux de transport routier afin de dégager une estimation des flux d'échanges économiques totaux. Nous serons donc à même de juger de cette hypothèse une fois les résultats des estimations présentés.

### 5.1.1 Les flux d'échanges totaux estimés

La première estimation effectuée reflète les flux d'échanges économiques totaux entre le Québec, le Canada et les États-Unis. Les résultats montrent ce que le modèle propose comme flux économiques pour les échanges de biens et services, et ce, pour tous modes confondus (voir le tableau 9).

**Tableau 9 Estimation des flux économiques, tous modes de transport (en M\$)**

	Ventilation de l'absorption du Qc			Ventilation de l'absorption du Qc			
	Réelle	Estimée	Écart	Réelle	Estimée	Écart	
<b>Canada</b>	Ouest	7 113	490	-6 623	9 563	710	-8 853
	Maritimes	3 412	4 461	1 049	5 573	5 652	79
	Ontario	30 203	46 253	16 049	25 814	61 047	35 232
	Québec	86 757	86 757	0	86 757	86 757	0
<b>Etats-Unis</b>	Sud-Est	4 621	2 658	-1 963	9 782	3 952	-5 830
	Sud	5 108	1 256	-3 852	8 319	1 830	-6 489
	Midwest	7 997	2 668	-5 329	13 548	4 849	-8 700
	NH/ME	976	3 047	2 070	1 561	3 541	1 980
	NY/NJ	5 073	8 679	3 605	15 246	14 974	-272
	Nouv.-Ang.	3 138	2 986	-152	4 063	4 211	148
	Pennsylvanie	1 331	2 252	921	3 724	3 669	-55
	Vermont	2 874	2 004	-870	6 023	3 493	-2 530
	Ouest	6 123	1 218	-4 905	6 717	2 008	-4 710
	Reste du monde	43 111	43 111	0	14 116	14 116	0
<b>Total</b>	<b>207 839</b>	<b>207 839</b>	<b>0</b>	<b>210 809</b>	<b>210 809</b>	<b>0</b>	

Calculs : JDMD Groupe Conseils inc.

A priori, nous savons que la consommation faite par le Québec représente 208 MM\$ de dollars, et que 41 % (86 MM\$) de celle-ci provient de l'intérieur du Québec. Le Québec importe principalement du reste du monde (21 % - 43 MM\$) et de l'Ontario (14 % - 30 MM\$) afin de satisfaire sa consommation locale. Les importations québécoises restantes proviennent essentiellement, dans l'ordre, du Midwest américain (4 % - 8 MM\$), de l'Ouest canadien (3 % - 7 MM\$), de l'Ouest américain (3 % - 6 MM\$), de la région du Sud des États-Unis (2 % - 5 MM\$) et de la région de New York/New Jersey (2 % - 5 MM\$).

Du côté des exportations de biens et services, nous savons que la production du Québec représente 211 MM\$, et que 41 % (86 MM\$) de ces biens et services sont destinés au marché local. Le Québec exporte principalement sa production vers l'Ontario (12 % - 26 M\$). Les exportations québécoises restantes se dirigent, dans l'ordre, vers la région de New York/New Jersey (7 % - 15 MM\$), le reste du monde (6 % - 14 MM\$), le Midwest américain (6 % - 14 MM\$), le Sud-Est des États-Unis (5 % - 10 MM\$), l'Ouest canadien (5 % - 9,5 MM\$) et le Sud des États-Unis (4 % - 8 MM\$).

Or, les flux économiques estimés montrent que le Québec importe principalement de l'Ontario (22 % - 46 MM\$) et du reste du monde (21 % - 43 MM\$). Le reste de la ventilation des importations provient essentiellement des régions de New York/New Jersey (4,2 % - 9 MM\$), du New Hampshire/Maine (1,5 % - 3 MM\$), de la Nouvelle-Angleterre (1,4 % - 3 MM\$), du Midwest américain (1,3 % - 3 MM\$) et du Sud-Est des États-Unis (1,3 % - 3 MM\$).

De plus, les estimations indiquent que le Québec exporte principalement vers l'Ontario (29 % - 61 MM\$) et les États-Unis (20,2 % - 43 MM\$). La désagrégation des exportations totales vers les États américains se fait, par ordre d'importance, vers les régions de New York/New Jersey (7,1 % - 15 MM\$), du Midwest américain (2,3 % - 5 MM\$), de la Nouvelle-Angleterre (2,0 % - 4 MM\$) du Sud-Est américain (1,9 % - 4 MM\$) et de la Pennsylvanie (1,7 % - 4 MM\$). Un fait intéressant à noter est que les exportations estimées vers les Maritimes sont maintenant supérieures aux exportations destinées à l'ensemble des États américains, à l'exception de la région de New York/New Jersey.

Il est donc possible de constater que la ventilation des principaux partenaires économiques est différente lorsqu'on compare les valeurs estimées aux valeurs réalisées. Ainsi, il ressort de l'analyse que l'estimation des flux d'échanges par le recours, presque essentiellement, aux flux de transport nous donne un portrait nettement différent de la réalité. La valeur économique des importations et des exportations en provenance des États américains ainsi que de l'Ontario et de l'Ouest canadien montre un écart considérable par rapport aux données économiques connues.

De plus, il y a de grands écarts entre la valeur estimée et la valeur réalisée des importations. À titre d'exemple, les flux économiques absorbés par le Québec provenant du Canada sont nettement surestimés pour la région de l'Ontario (46 MM\$ contre 30 MM\$). Par contre, les flux économiques sont nettement sous-estimés pour les régions de l'Ouest canadien (moins de 1 MM\$ comparativement à plus de 7 MM\$).

Nous notons le même phénomène en ce qui concerne les États-Unis. La région du New Hampshire/Maine montre des flux d'échanges économiques vers le Québec nettement supérieurs à leur valeur réelle (3 MM\$ contre moins de 1 MM\$) tandis que la région du Midwest américain dénote, quant à elle, une nette sous-estimation (3 MM\$ comparativement à 8 MM\$).

En fait, on remarque un très fort biais vers les régions générant les flux de transport routier les plus importants. En effet, l'Ontario, la région de New York/New Jersey ainsi que celle du New Hampshire/Maine représentent plus de 70 % des déplacements routiers à destination du Québec.

On note également le même phénomène quant aux exportations québécoises (production) vers les autres régions. Nous pouvons constater que la valeur de la production réellement destinée à l'Ontario et à la région du New Hampshire/Maine est nettement plus grande dans les estimations que dans les comptes économiques (61 MM\$ contre 26 MM\$ et 3 MM\$ contre 1 MM\$ respectivement). De façon identique, la valeur de la production destinée à l'Ouest canadien et au Midwest américain est nettement sous-représentée (moins de 1 MM\$ contre 9 MM\$ et 5 MM\$ contre 13 MM\$ respectivement).

De façon générale, on remarque que lorsqu'un grand nombre de déplacements routiers s'effectuent entre deux régions économiques, alors les flux d'échanges estimés entre ces mêmes régions se trouvent d'une importance proportionnelle. En toute logique, nous remarquons que la corrélation entre le nombre de déplacements et la valeur estimée des échanges est très grande. Ce comportement s'explique par le fait que l'on a recours à la contrainte économique portant seulement sur les flux totaux générés et non sur les flux régionaux générés. De cette façon, les estimations dégagées sont proportionnelles aux flux de transport<sup>35</sup>.

### **5.1.2 Les flux d'échanges routiers estimés**

Une deuxième estimation a également été faite en n'ayant recours qu'aux données économiques basées sur les échanges par mode routier. Cet exercice complémentaire veut en fait vérifier si les conclusions et les observations tirées de l'analyse précédente sont sensibles à une modification de l'univers couvert par les données économiques. Ainsi, nous utilisons les données économiques portant sur les échanges par mode routier seulement. Les résultats d'estimation sont présentés au tableau 10.

---

<sup>35</sup> De plus, les flux de transport représentent des déplacements de camions qui ne sont pas nécessairement chargés, ce qui peut entraîner un biais important lors des estimations.

**Tableau 10 Estimation des flux d'échanges, par mode routier seulement  
(en M\$)**

	Ventilation de l'absorption du Qc			Ventilation de l'absorption du Qc			
	Réelle	Estimée	Écart	Réelle	Estimée	Écart	
<b>Canada</b>	Ouest	7 113	7 113	0	9 563	9 563	0
	Maritimes	3 412	3 412	0	5 573	5 573	0
	Ontario	30 203	30 203	0	25 814	25 814	0
	Québec	86 757	86 757	0	86 757	86 757	0
<b>Etats-Unis</b>	Sud-Est	2 306	1 863	-443	4 807	3 182	-1 625
	Sud	1 475	881	-595	2 704	1 474	-1 230
	Midwest	4 301	1 870	-2 431	5 843	3 904	-1 939
	NH/ME	661	2 136	1 475	945	2 852	1 907
	NY/NJ	3 241	6 083	2 843	8 692	12 058	3 366
	Nouv.-Ang.	1 909	2 093	184	2 419	3 391	972
	Pennsylvanie	727	1 579	852	1 921	2 954	1 033
	Vermont	2 102	1 405	-697	3 818	2 813	-1 006
	Ouest	2 042	854	-1 188	3 095	1 617	-1 479
	Reste du monde	61 591	61 591	0	48 856	48 856	0
<b>Total</b>	<b>207 839</b>	<b>207 839</b>	<b>0</b>	<b>210 809</b>	<b>210 809</b>	<b>0</b>	

Calculs : JDMD Groupe conseils inc.

Il est possible de constater, à partir du tableau 10, que les mêmes conclusions que celles de l'analyse précédente s'appliquent à cette estimation, exception faite du Canada, puisque les valeurs estimées ont été fixées aux valeurs connues<sup>36</sup>.

Ainsi, la région du New Hampshire/Maine montre encore une surestimation des flux économiques estimés comparativement aux flux économiques réalisés alors que le Midwest américain présente également un écart significatif des flux estimés par rapport aux flux réalisés.

Un point important à noter est que la région de New York/New Jersey présente davantage d'écarts entre les estimations et les valeurs réalisées en utilisant ces données, puisque les échanges avec l'Ontario sont maintenant fixés à leur valeur réelle et qu'il y a un grand nombre de déplacements vers les États-Unis ou en provenance des États-Unis qui se font avec cette région.

Il semble cependant, à première vue, que l'estimation des données d'échanges économiques basées sur les flux de transport routier a permis de réduire les écarts entre les valeurs estimées et les valeurs réelles. Par exemple, l'écart entre l'estimation et la valeur réelle de l'absorption provenant de la région du Midwest américain est passé de -5 329 M\$ à -2 431 M\$.

<sup>36</sup> Cette contrainte fut nécessaire puisque nous n'avons aucune information sur les échanges économiques effectués au Canada par mode routier, du moins, pas dans le cadre de la présente analyse.

Or, une conclusion trop hâtive peut être dangereuse, puisqu'il faut tenir compte du fait que la ventilation est effectuée sur une valeur économique moindre, ce qui peut expliquer en partie les différences observées. Afin de relativiser les résultats obtenus, il est nécessaire d'exprimer l'écart entre les estimations et les observations en pourcentage de la valeur économique réelle.

**Tableau 11 Comparaison des écarts obtenus pour les importations québécoises**

	En M\$		En %*	
	Modes		Modes	
	Tous	Routier	Tous	Routier
Sud-Est	-1 964	-443	42,5	19,2
Sud	-3 852	-595	75,4	40,3
Midwest	-5 329	-2 431	66,6	56,5
NH/ME	2 070	1 475	212,0	223,3
NY/NJ	3 605	2 843	71,1	87,7
Nouv.-Ang.	-152	184	4,8	9,6
Pennsylvanie	921	852	69,2	117,2
Vermont	-870	-697	30,3	33,2
Ouest	-4 905	-1 188	80,1	58,2

\* En valeur absolue

Calculs : JDMD Groupe Conseils inc.

**Tableau 12 Comparaison des écarts obtenus pour les exportations québécoises**

	En M\$		En %*	
	Modes		Modes	
	Tous	Routier	Tous	Routier
Sud-Est	-5 830	-1 625	59,6	51,1
Sud	-6 489	-1 230	78,0	83,5
Midwest	-8 700	-1 939	64,2	49,7
NH/ME	1 980	1 907	126,8	66,9
NY/NJ	-272	3 366	1,8	27,9
Nouv.-Ang.	148	972	3,6	28,7
Pennsylvanie	-55	1 033	1,5	35,0
Vermont	-2 530	-1 006	42,0	35,7
Ouest	-4 710	-1 479	70,1	91,5

\* En valeur absolue

Calculs : JDMD Groupe Conseils inc.

Nous pouvons donc constater que la précision n'a été que légèrement améliorée, et ce, même si plus de cellules ont été contraintes à leur valeur réelle, ce qui limite les possibilités d'ajustements pour les cellules restantes de la matrice. Il semble donc que l'utilisation des données de flux de transport routier ne nous permet pas de dégager une estimation précise des flux d'échanges économiques dans le cas présent.

Bien que nous puissions estimer les flux d'échanges économiques entre le Québec et les régions américaines et canadiennes en utilisant les flux de transport, il semble néanmoins que le recours à cette seule source ne donne pas des résultats encourageants. Certains flux estimés par région se trouvent sous-estimés alors que d'autres sont surestimés de façon importante<sup>37</sup>. Cette remarque vient du fait que seules les données de transport routier sont utilisées pour faire l'analyse des flux économiques.

Le fait d'utiliser les données de flux de transport comme information a priori et de se limiter à celle-ci, ainsi qu'à des contraintes générales sur la somme des flux marginaux, a pour effet que les estimations sont loin de la réalité. Dans ce type d'analyse, il est sous-entendu que l'information provenant des flux de transport constitue en quelque sorte une information « fiable ». Or, s'il s'avère que les flux routiers ne sont pas représentatifs des flux économiques, c'est-à-dire que les flux routiers ne sont pas de valeurs économiques équivalentes, alors, il s'ensuit logiquement que l'analyse précédente est biaisée, ce qui peut expliquer les écarts importants qui subsistent.

L'utilisation du modèle, à ce stade-ci, indique simplement que les données de flux de transport recueillies lors de l'enquête en bordure des routes en 1999 ne peuvent pas être utilisées pour extrapoler les flux économiques. Le recours au modèle sert donc de guide quant à l'utilisation des données provenant de l'enquête.

Ainsi, si nous avons de bonnes raisons de croire que ces flux d'échanges économiques sont biaisés, comme nous le croyons dans ce cas-ci, alors nous devons introduire des informations supplémentaires afin de dégager des flux d'échanges qui sont plus garants de la réalité.

## 5.2 Discussion

En regardant les estimations obtenues dans la section précédente, nous constatons que les résultats provenant des simulations des flux d'échanges entre le Québec, le Canada et les États-Unis montrent des écarts considérables lorsque nous portons un poids suffisamment grand sur les informations provenant des données de transport.

---

<sup>37</sup> En partant du problème d'optimisation donné en (8), il est trivial de constater que la mesure de distance est minimale lorsque  $p = q$ , ce qui signifie qu'en l'absence totale de contraintes, la distribution des flux économiques sera égale à la distribution des flux routiers.

Le principal problème que pose la présente analyse réside dans le fait que la méthode de résolution, bien que complexe a priori, se base en fait, dans ce cas-ci, sur une méthode d'allocation similaire à des méthodes de ratios. Évidemment, les résultats d'une telle analyse sont sujets à un certain nombre d'hypothèses sous-jacentes à l'utilisation de tels indicateurs.

La première hypothèse sous-jacente est que les modes de transport autres que routier possèdent une distribution de transport semblable à celle du mode routier. Autrement dit, il est sous-entendu que les déplacements ferroviaires, par exemple, ont la même répartition que les déplacements par mode routier. La même remarque s'applique également aux déplacements aériens et maritimes. Cette hypothèse est évidemment très forte, mais nous ne pouvons pas contourner ce problème dans l'analyse à moins d'introduire de nouvelles informations sur ces modes de transport.

De plus, le fait de considérer seulement les flux de transport routier fait en sorte que les marchés extérieurs au continent américain sont complètement oubliés. Certes, cette conclusion peut sembler banale au départ, puisque nous nous concentrons sur l'estimation des flux d'échanges économiques entre le Québec, le Canada et les États-Unis. Cependant, le fait de négliger le reste du monde a pour conséquence que l'ensemble du commerce entre le Québec et cette région sera réparti entre le Canada et les États-Unis selon la distribution des flux de transport. Ainsi, pour contrer cette lacune, nous devons introduire une contrainte supplémentaire sur la répartition des origines et destinations pour cette région<sup>38</sup>.

Le fait de fixer une valeur pour une région retire donc un degré de liberté et permet au total de se répartir sur un nombre plus restreint de régions. Cependant, la perte d'un degré de liberté est largement compensée, dans le cas présent, par le fait que la valeur fixée diminue le total à répartir entre les régions, ce qui peut mener à des écarts plus faibles entre les estimations et les valeurs réelles. Cette remarque est d'une importance moindre en ce qui concerne les exportations (destinations) québécoises, puisque seulement 15 % des exportations internationales du Québec sont dirigées vers le reste du monde. Cependant, l'impact n'est pas aussi négligeable dans le cas des importations, puisque plus de 50 % de la valeur totale des marchandises importées vient du reste du monde<sup>39</sup>.

Malgré l'introduction de la contrainte, l'estimation des flux d'échanges économiques nous montre des biais évidents dans les estimations. Cette situation vient du fait que les flux estimés sont proportionnels au nombre de déplacements générés par les régions. Or, il se trouve que la valeur des déplacements routiers peut varier de façon importante et ainsi créer des biais non négligeables lors des estimations, comme c'est le cas ici<sup>40</sup>.

<sup>38</sup> C'est pour cette raison que les flux estimés pour le reste du monde (qui reflète en fait le résidu) sont égaux aux flux réels.

<sup>39</sup> Cela explique pourquoi les écarts sont plus faibles lors des estimations pour l'absorption du Québec provenant des États américains (voir les tableaux 9 et 10).

<sup>40</sup> À ce sujet, le lecteur se souviendra des constatations notées dans la section 4.3.

Un moyen d'atténuer l'importance de cette hypothèse est d'utiliser les flux d'échanges économiques associés aux modes routiers au lieu de ceux associés à l'activité totale du Québec. Cependant, lorsque nous procédons de la sorte, il se trouve que les flux économiques estimés ne montrent pas un comportement beaucoup plus près de la réalité, comme nous l'avons vu à la section 5.1.2.

Cette situation s'explique par le fait que l'estimation effectuée se base également sur l'hypothèse que la répartition des flux de transport routier est représentative de la ventilation économique des échanges. Cela implique que tous les camions, peu importe leur origine, leur destination, leur taille et les distances qu'ils ont à parcourir, sont similaires et contiennent une valeur marchande identique. Cette façon de voir le lien entre le transport routier et les flux économiques semble, aussi, relativement forte a priori.

L'obtention de résultats d'estimations différents des données connues sur les importations et les exportations québécoises peut être expliquée à l'aide de l'analyse des flux de transport et des flux économiques. À première vue, il semble qu'un phénomène relativement important de transit routier via l'Ontario puisse mener à une sous-représentation de certains flux routiers vers les États du Midwest, du Sud et de l'Ouest des États-Unis notamment.

Le tableau 13 semble appuyer cette hypothèse de transit via l'Ontario, puisque les régions dont le trajet routier traverse l'Ontario présentent des flux de transport faibles par rapport aux flux économiques totaux alors que la situation semble inversée pour les États limitrophes au Québec et qui n'ont pas à traverser l'Ontario (Nouvelle-Angleterre et la région de New York/New Jersey, par exemple)<sup>41</sup>.

---

<sup>41</sup> Il est possible que les flux de transport pour ces régions soient représentatifs. Cependant, le fait de diminuer le nombre de déplacements réels pour trois autres régions a pour conséquence que les proportions de déplacements totaux pour les régions de la Nouvelle-Angleterre et de New York/New Jersey sont plus grands.

**Tableau 13 Distribution des flux routiers et économiques des États-Unis, tous modes**

	Production		Absorption		
	Transport	Économique	Transport	Économique	
États-Unis	Sud-Est	9,09 %	14,20 %	10,10 %	12,22 %
	Sud	4,55 %	8,02 %	5,05 %	7,78 %
	Midwest	11,82 %	17,28 %	10,10 %	23,33 %
	NH/ME	8,18 %	2,47 %	11,11 %	3,33 %
	NY/NJ	35,45 %	25,31 %	32,32 %	17,78 %
	Nouv.-Ang.	10,01 %	6,79 %	11,11 %	10,01 %
	Pennsylvanie	8,18 %	5,56 %	8,08 %	3,33 %
	Vermont	8,18 %	11,11 %	7,07 %	11,11 %
	Ouest	4,55 %	9,26 %	5,05 %	11,11 %
<b>Total</b>	<b>100 %</b>	<b>100 %</b>	<b>100 %</b>	<b>100 %</b>	

Calculs : JDMD Groupe Conseils inc.

Cette situation peut possiblement être atténuée, en totalité ou en partie, si seuls les échanges économiques reliés aux flux de transport routier sont considérés au lieu des échanges totaux lors de l'estimation. Cependant, même en ne considérant que les échanges par mode routier, les mêmes conclusions s'appliquent comme il est possible de le constater dans le tableau 14.

**Tableau 14 Distribution des flux routiers et économiques des États-Unis, mode routier**

	Production		Absorption		
	Transport	Économique	Transport	Économique	
États-Unis	Sud-Est	9,09 %	12,3 %	10,10 %	14,0 %
	Sud	4,55 %	7,9 %	5,05 %	7,9 %
	Midwest	11,82 %	22,9 %	10,10 %	17,1 %
	NH/ME	8,18 %	3,5 %	11,11 %	2,8 %
	NY/NJ	35,45 %	17,3 %	32,32 %	25,4 %
	Nouv.-Ang.	10,01 %	10,2 %	11,11 %	7,1 %
	Pennsylvanie	8,18 %	3,9 %	8,08 %	5,6 %
	Vermont	8,18 %	11,2 %	7,07 %	11,1 %
	Ouest	4,55 %	10,9 %	5,05 %	9,0 %
<b>Total</b>	<b>100 %</b>	<b>100 %</b>	<b>100 %</b>	<b>100 %</b>	

Calculs : JDMD Groupe Conseils inc.

En tenant compte de l'hypothèse de transit, il semble donc que la cellule indiquant les échanges entre le Québec et l'Ontario soit en fait la somme de quatre composantes. Les probabilités d'échanges entre le Québec et l'Ontario (importations et exportations) seraient ainsi composées des échanges routiers avec l'Ontario et des échanges routiers avec les États du Midwest, de l'Ouest et du Sud. Mathématiquement, ce phénomène se traduit par les équations (20) et (21) suivantes :

$$P_{On,Qc} = \bar{P}_{On,Qc} + \sum_{i=1}^3 \tilde{P}_{i,Qc} \quad (20)$$

$$P_{Qc,On} = \bar{P}_{Qc,On} + \sum_{j=1}^3 \tilde{P}_{Qc,j} \quad (21)$$

pour  $i$  et  $j$  égaux à 1 pour le Midwest, 2 pour le Sud et 3 pour l'Ouest.

Ainsi, puisque les probabilités des flux de transport de l'Ontario contiennent de l'information sur certains États américains, il s'ensuit logiquement que les estimations reliées à ces régions seront nécessairement sous-estimées. Cette sous-représentation des régions du Midwest, du Sud et de l'Ouest dans les flux américains totaux implique évidemment une sur-représentation pour d'autres États pouvant ainsi expliquer, en totalité ou en partie, les écarts positifs obtenus pour la Pennsylvanie et les régions du New Hampshire/Maine et de New York/New Jersey.

Il est donc plausible que les écarts entre les résultats obtenus et les données économiques puissent être atténués si le phénomène de transit via l'Ontario est quantifié ou modélisé<sup>42</sup>.

Il peut donc sembler, a priori, que le modèle développé n'est pas approprié pour étudier les flux d'échanges économiques interrégionaux. Or, il faut tenir compte du fait que les analyses effectuées n'ont utilisé que les flux de transport sans incorporer explicitement les contraintes économiques essentielles à l'estimation. Ainsi, le modèle estimé est tout simplement incomplet. L'exercice qui a été effectué n'est cependant pas vain, puisqu'il permet de mettre en lumière certains points très intéressants.

---

<sup>42</sup> Un modèle de transit (ou de plaque tournante) a été développé par JDMD Groupe Conseils afin de tester cette hypothèse. Les résultats obtenus montrent la pertinence de cette hypothèse et furent présentés lors d'une rencontre tenue dans les bureaux du MTQ à Montréal (19 mai 2004).

La première observation est que le modèle peut être utilisé pour valider les données de transport. Ainsi, si les flux économiques estimés sont relativement loin des flux économiques réalisés, il se peut que les données de transport ne soient pas représentatives des échanges économiques annuels ayant cours entre les régions. Le fait d'utiliser un échantillon provenant d'une enquête en bordure des routes pour une semaine représentative afin d'extrapoler sur des relations économiques annuelles peut être non fiable. Cette conclusion met donc en lumière, une fois de plus, le risque d'utiliser des données d'enquête en un point précis (transversale) afin d'en extrapoler des résultats longitudinaux<sup>43</sup>.

Qui plus est, l'utilisation du modèle développé à la section 2 et appliqué à l'estimation des flux économiques en partant des flux de transport seulement peut nous donner une idée sur la « distance » qu'il y a entre la distribution de flux de transport obtenus par sondage et la distribution des flux d'échanges économiques<sup>44</sup>. Il est donc possible de penser que le modèle permet de discriminer des données portant sur les flux de transport selon leur « distance » relative de la réalité. Cependant, cette avenue ne fut pas explorée plus en profondeur dans le présent rapport.

Une dernière constatation, dérivée de l'estimation des flux d'échanges économiques, est que la mise en garde faite par le ministère des Transports du Québec sur les données d'enquête du CCATM 1999, à savoir qu'il est hasardeux d'utiliser les flux de transport routier afin d'en dégager un portrait jugé « fiable » de la valeur des marchandises échangées entre certaines régions, semble juste et essentielle. Le modèle vient donc corroborer la mise en garde du Ministère.

---

<sup>43</sup> L'absence des autres types de déplacements constitue logiquement une limitation importante lors des estimations.

<sup>44</sup> Cette mesure de distance est résumée par la valeur de la fonction objectif.

## 6. CONCLUSION

Le but de la recherche était de vérifier le potentiel d'un modèle de minimisation de l'entropie croisée afin d'estimer des flux d'échanges économiques, en l'appliquant de façon macroscopique aux échanges entre le Québec, les États-Unis et le Canada, tant en ce qui concerne les échanges totaux que les échanges par mode routier.

Toutefois, les résultats obtenus par l'application de la méthodologie aux échanges québécois permettent de constater que les estimations sont nettement différentes des données économiques connues. Il semble donc, à première vue, que ce type de modèle procure des résultats peu réalistes lorsqu'on utilise seulement les informations sur les flux de transport routier. Cependant, il y a fort à parier que n'importe quel autre modèle donnerait des résultats similaires.

En effet, effectuer les estimations en mettant pratiquement toute l'importance sur les flux de transport routier revient, en quelque sorte, à recourir à une méthode de répartition semblable à une approche par ratio. Une telle approche rend ainsi les résultats sensibles aux hypothèses relativement restrictives sous-jacentes à ce type de méthodologie. De fait, l'utilisation de ratios suppose implicitement, notamment, que les modes de transport autres que routier possèdent une distribution semblable à celle du transport routier et que tous les camions, peu importe leur origine, leurs destinations, leur taille et les distances qu'ils ont à parcourir contiennent une valeur marchande identique.

Or, s'il s'avère que les volumes de déplacements de camions entre les régions économiques ne sont pas représentatifs de la valeur des échanges économiques sous-tendus, ce qui semble être le cas ici, il s'ensuit logiquement que les estimations obtenues seront différentes de la réalité économique.

Il est donc hasardeux de conclure à une non-efficacité de la méthode afin d'estimer les flux d'échanges entre les régions sur la base de cet exercice, puisque les informations qui y ont été incluses étaient incomplètes ou non représentatives de l'univers économique du Québec.

En plus des faiblesses liées aux hypothèses sous-jacentes à des approches par ratio, il semble y avoir un problème important rattaché à un phénomène de transit des camions en Ontario<sup>45</sup>. Ainsi, si ce phénomène est bien réel, il se trouve que les données récoltées sur les déplacements de camions entre le Québec et l'Ontario ne correspondent pas aux flux que l'on devrait observer, mais correspondent plutôt aux flux provenant (ou à destination) de l'Ontario et de quelques États américains. La spécification de ces flux est alors mal établie.

---

<sup>45</sup> On note aussi un écart important concernant les flux estimés pour l'Ouest canadien. Cette situation est probablement due au fait que ces échanges se font souvent par mode ferroviaire ou aérien.

Une correction de cette situation est possible grâce, notamment, à l'introduction de contraintes afin d'améliorer le portrait. Le phénomène, appelé transit précédemment, peut en fait être associé à du transit, à une plaque tournante ou à des chaînes multimodales. Il pourrait être intéressant, à ce sujet, de reprendre l'exercice, mais en introduisant une modélisation explicite de ces phénomènes.

Il faudrait notamment refaire l'exercice en utilisant explicitement les déplacements origine-destination (O-D) de la marchandise plutôt que ceux du camion. Bien évidemment, cela ne réduirait pas le biais lié à l'absence des autres modes tels que ferroviaire, maritime et aérien. Cependant, s'il s'avère que la distribution de probabilité obtenue à l'aide de ces nouvelles données est différente de celle utilisée dans la présente étude, alors les résultats d'estimations seront appelés à varier. Il serait donc intéressant de voir si la distribution de ces déplacements est nettement différente de celle utilisée dans la présente étude et, si tel est le cas, dans quelle mesure les résultats seront différents.

Il est donc possible d'affirmer, à la suite de l'analyse des résultats, que les flux de transport routier ne peuvent pas être utilisés directement afin de dériver les flux d'échanges économiques.

En fait, pour qu'une approche économique puisse être efficace, tant pour l'évaluation de flux économiques à partir de flux de transports que pour l'inverse (estimer des flux de transport à partir de flux économiques), il est essentiel qu'elle puisse se calibrer sur une série de données permettant de baliser suffisamment le phénomène à étudier. Mais comme les données relatives aux échanges interrégionaux sont rares, il est difficile d'en déduire des informations probantes : c'est ce que conclut cet exercice. Le problème d'évaluation de la demande de transport des marchandises reste donc entier. C'est pourquoi le ministère des Transports a entrepris l'évaluation de la faisabilité et de l'opportunité d'une enquête auprès des entreprises qui permettrait d'obtenir un portrait des flux de transport tous modes, des marchandises produites au Québec et dans ses régions. Cette connaissance pourrait ensuite être actualisée, par le recours à des modèles économiques tel que celui décrit dans cette étude, puisque les renseignements minimaux quant aux flux interrégionaux seraient alors accessibles.

Ainsi, malgré les résultats décevants obtenus à la suite de l'application du modèle, telle qu'elle a été faite dans ce rapport, il est permis de croire que ce dernier peut s'avérer un puissant outil d'analyse à la disposition du ministère des Transports<sup>46</sup>. Cependant, il est impératif d'utiliser un ensemble d'informations complémentaires pour mieux camper le modèle. De plus, il est important d'avoir une bonne confiance dans ces informations a priori, puisque celles-ci sont cruciales pour l'obtention de résultats probants.

---

<sup>46</sup> Le modèle pourrait également incorporer un plus grand nombre de régions. Notons une désagrégation en ce qui concerne les régions administratives par exemple.

## 7. BIBLIOGRAPHIE

- BATTEN, D.F. (1983), Spatial analysis of interacting economies: the role of entropy and information theory in spatial input-output modeling. Kluwer-Nijhoff, Boston, 306 pages.
- DUBÉ, J. (2003), Estimation des flux d'échanges interrégionaux par la méthode de minimisation de l'entropie croisée, Mémoire de maîtrise, Université Laval, 111 pages.
- DUBÉ, J. et M. DUPÉRÉ (2003), Application de la théorie de l'information dans le but d'estimer les flux d'échanges interrégionaux : Une introduction au principe d'information, Cahier de recherche, 20 pages.
- EVERITT, B.S. (1992), The Analysis of Contingency Tables, Deuxième édition, Chapman & Hall, London, 164 pages.
- GOKHALE, D.V. et S. KULLBACK (1978), « The Information in Contingency Tables », dans Statistics: Textbooks and monographs, vol. 23, New York, 365 pages.
- GOLAN, A., G. JUDGE et D. MILLER (1996), Maximum Entropy Econometrics : Robust Estimation with Limited Data, John Wiley & Sons Inc., London, 310 pages.
- GOURIÉROUX, C et A. MONTFORD (1996), Statistique et modèles économétriques, vol. 1, Economica, Paris, 479 pages.
- ISARD, W. (1953), « Regional Commodity Balances and Interregional Commodity Flows », dans The American Economic Review, vol. 43 (2), p. 167-180.
- ISARD, W. (1972), Méthodes d'analyse régionale : une introduction à la science régionale, Dunod (Traduction française de Methods of Regional Analysis : An Introduction to Regional Science), 229 pages.
- ISSERMAN, A.M. (1980), « Estimating Export Activity in a Regional Economy : A Theoretical and Empirical Analysis of Alternative Methods », dans International Regional Science Review, vol. 5 (2), p. 155-184.
- JAYNES, E.T. (1957), « Information Theory and Statistical Mechanics », dans Physical Reviews, n° 106, p. 620 à 630.
- KAPUR J.N. et H.K. KESAVAN (1992), Entropy Optimization principles with applications, Academic Press, Inc., San Diego, CA, 405 pages.
- KULLBACK, S. (1959), Information Theory and Statistics, John Wiley & Sons Inc., Canada, 395 pages.
- KULLBACK, S. et R.A. LEIBLER (1951), « On Information and Sufficiency », dans Ann. Math. Stat., vol. 22 p. 79-86.

- LEMELIN, A. (2000), Méthodes quantitatives des sciences sociales appliquées aux études urbaines et régionales, Les presses de l'Université Laval, Sainte-Foy, 270 pages.
- LEMELIN, A. (2002), Aide-mémoire sur l'entropie, INRS-Urbanisation, janvier, non publié, 105 pages.
- MARTEL J.M. et R. NADEAU (1980), Probabilités en gestion et en économie, Éditeur Gaétan Morin, Boucherville, 310 pages.
- MARTEL J.M. et R. NADEAU (1988), Statistique en gestion et en économie, Éditeur Gaétan Morin, Boucherville, 621 pages.
- MINISTÈRE DES TRANSPORTS DU QUÉBEC (2003), Les déplacements interurbains de véhicules lourds au Québec : Enquête sur le camionnage de 1999, Bibliothèque nationale du Québec, 147 pages.
- ROBILLIARD A-S. et S. ROBINSON (1999), « Reconciling Household Surveys and National Accounts Data Using a Cross Entropy Estimation Method », dans TMD Discussion Paper, 50, 28 pages.
- ROBINSON, S., A. CATTANEO et M. EL-SAID (1998), « Estimating a Social Accounting Matrix Using Cross Entropy Methods », dans TMD Discussion Paper, 33, 35 pages.
- ROBINSON, S., A. CATTANEO et M. EL-SAID (2000), « Updating and Estimating a Social Accounting Matrix Using Cross Entropy Methods », dans TMD Discussion Paper, 58, 28 pages.
- ROUND, J.I. (1983), « Nonsurvey Techniques Review of the theory and the Evidence », dans International Regional Science Review, vol. 8 (3), p. 189-212.
- SHANNON, C.E. et W. WEAVER (1975), Théorie mathématique de la communication, Traduction de The Mathematical Theory of Communication, La bibliothèque du CEPL, Paris, 188 pages.
- STATISTIQUE CANADA. (2003), Comptes économiques provinciaux, catalogue n° 13-213-PPB, périodique annuel, 412 pages.
- THEIL, H. (1967), Economics and information theory, Rand McNally & Company, Chicago, Studies in mathematical and managerial economics, 7, 488 pages.
- THEIL, H. (1971), Principles of econometrics, A Wiley/Hamilton Publications, John Wiley & Sons, Inc., 736 pages.
- ZELLNER, A. (1988), « Optimal Information Processing and Bayes's Theorem », dans The American Statistician, Novembre, 42 (4), p. 278-280.

